باب
5

4817CH05

اعداد و شمار کا استعمال

5.1 معلومات کی تلاش میں

روز مرہ کی زندگی سے آپ نے بہت سی معلومات حاصل کی ہوں گی، مثال کے طور پر:

(a) پچھلے 10 ٹیسٹ میچوں میں ایک بلے باز کے ذریعہ بنائے گئے کل رن۔

(b) پچھلے 10 ایک روزہ میچوں میں ایک گیند باز کے ذریعے لیے ہوئے وکٹ۔

(c) آپ کی کلاس کے طلبا کے ریاضی کے اکائی ٹیسٹ میں حاصل کیے گئے نمبر۔

(d) آپ کے ہر ایک دوست کے ذریعہ پڑھی گئی کہانیوں کی کتابوں کی تعداد وغیرہ۔

ان سبھی حالتوں میں جمع کی گئی معلومات **اعداد و شمار** (Data) کہلاتی ہے۔ عام طور پر اعداد و شمار ایسی حالت کے سلسلہ میں اکٹھا کیے جاتے ہیں جس کا ہم مطالعہ کرنا چاہتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک استاد کی اپنی کلاس کے طلبا کی اوسط اونچائی جاننے میں دلچسپی ہوسکتی ہے۔ اسے معلوم کرنے کے لیے وہ اپنی کلاس کے تمام طلبا کی اونچائیاں لکھے گا، ان اعداد و شمار کو ایک سلسلہ وار طریقہ سے منظّم کرے گا اور پھر ان کی اسی طریقے سے ترجمانی کرے گا۔

کبھی کبھی اعداد و شمار جس چیز کو ظاہر کرتے ہیں اس کا صحیح تصور پیش کرنے کے لیے ان میں گراف کی مدد بھی لی جاتی ہے۔ کیا آپ کو ان مختلف قسم کے گرافوں کے بارے میں یاد ہے جو ہم پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں؟

.1 **تصویری گراف** (Pictograph): علامتوں کا استعمال کرتے ہوئے اعداد و شمار کا تصویری اظہار۔

= 100 کاریں ← ایک علامت 100 کاروں کو ظاہر کرتی ہے۔	
جولائی	= 250 100 کے $\frac{1}{2}$ کو ظاہر کرتی ہے
اگست	= 300
ستمبر	= ؟

© NCERT not to be republished

(i) اس دوہرے بار گراف میں کیا معلومات دی گئی ہے؟

(ii) کس مضمون میں طالب علم کی کارکردگی میں بہتری ہوئی ہے؟

(iii) کس مضمون میں کارکردگی میں گراوٹ آئی ہے؟

(iv) کس مضمون میں کارکردگی ایک جیسی رہی ہے؟

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اگر ہم بار گراف میں سے کسی ایک بار کی جگہ بدل دیں تو ظاہر کی گئی معلومات میں کیا تبدیلی ہوگی؟ کیوں؟

کوشش کیجیے

دی ہوئی معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے ایک مناسب گراف بنائیے۔

1.

مہینہ	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر
فروخت کی گئی گھڑیوں کی تعداد	1000	1500	1500	2000	2500	1500

2.

بچوں کی تعداد جو پسند کرتی ہے	اسکول A	اسکول B	اسکول C
پیدل چلنا	40	55	15
سائیکل چلانا	45	25	35

3. کرکٹ کی 8 بڑی ٹیموں کا ایک روزہ میچوں میں جیتنے کا فی صد

ٹیم	چمپین ٹرافی سے عالمی کپ 2006 تک	2007 میں پچھلے 10 ایک روزہ میچ
جنوبی افریقہ	75%	78%
آسٹریلیا	61%	40%
سری لنکا	54%	38%
نیوزی لینڈ	47%	50%
انگلینڈ	46%	50%
پاکستان	45%	44%
ویسٹ انڈیز	44%	30%
ہندوستان	43%	56%

© NCERT not to be republished

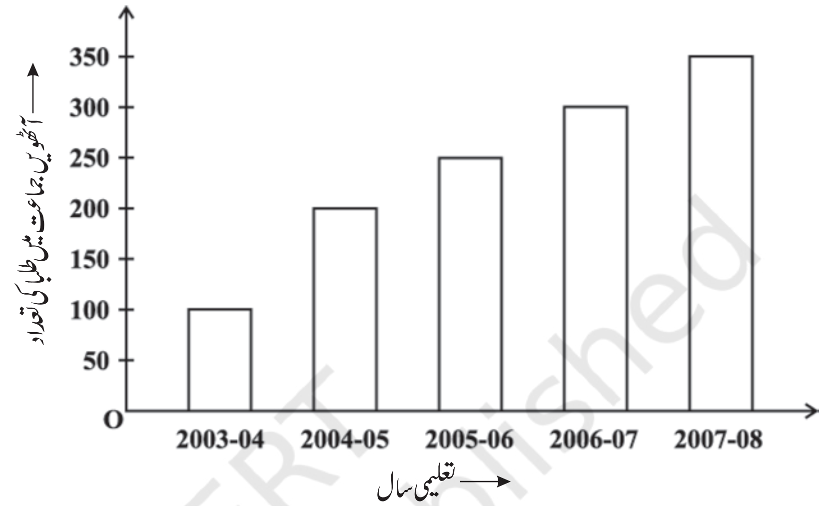
(i) جولائی کے مہینے میں کتنی کاریں بنائی گئیں؟

(ii) کس مہینے میں سب سے زیادہ کاریں بنائی گئیں؟

.2 بارگراف (Bar Graph) : یکساں چوڑائی کے بار (Bar) کا استعمال کرتے ہوئے **معلومات** کو ظاہر کرنا جس میں بار (Bar) کی لمبائیاں ان کی متعلقہ قدروں کے متناسب ہوتی ہیں۔

بار کی لمبائی ہر درجہ کی مقدار ظاہر کرتی ہے۔

بار کی چوڑائیاں یکساں ہیں اور دو لگاتار بار کے درمیان یکساں فاصلہ ہے۔



(i) اس بار گراف میں کیا معلومات دی گئی ہیں؟

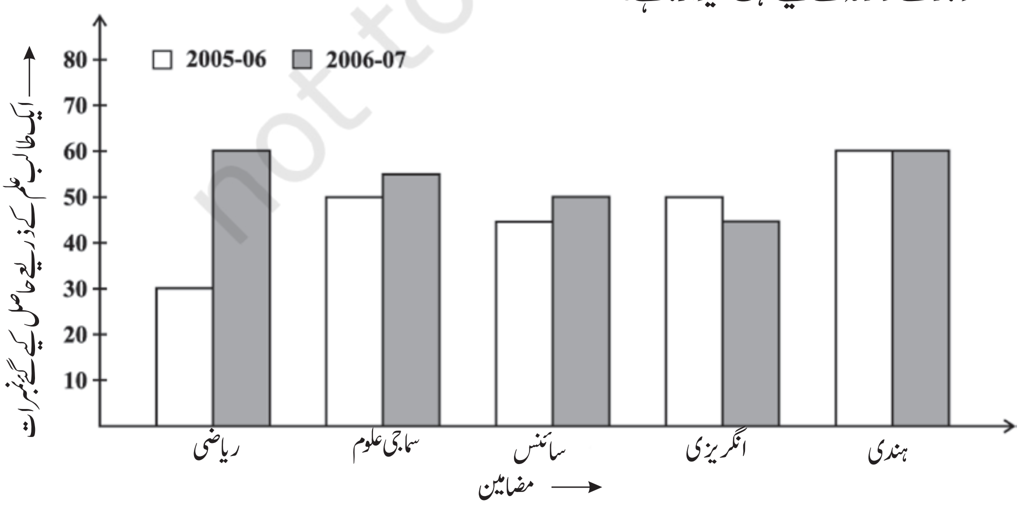
(ii) کس سال طلبا کی تعداد میں سب سے زیادہ اضافہ ہوا؟

(iii) کس سال طلبا کی تعداد سب سے زیادہ تھی؟

(iv) صحیح یا غلط بتائیے :

سال ''2005-06 میں طلبا کی تعداد 04 - 2003 کی تعداد کی دوگنی ہے۔''

.3 دوہرا بار گراف (Double Bar Graph) : اعداد و شمار کے دو گروپ کو ایک ساتھ ظاہر کرنے والا بار گراف۔ یہ اعداد و شمار کے موازنہ کے لیے بہت مفید ہوتا ہے۔



5.3 اعداد و شمار کی گروپ بندی (Grouping Data)

مضمون کی پسند سے متعلق اعداد و شمار ایک اندراج کے متعدد مرتبہ آنے کو ظاہر کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر 7 طلبا کو آرٹ پسند ہے۔ 5 طلبا کو ریاضی اور اسی طرح آگے بھی (جدول 5.1)۔ اس معلومات کو ایک تصویری گراف یا بار گراف کے ذریعے دکھایا جا ہے لیکن کبھی کبھی ہمیں کثیر تعداد کے اعداد و شمار کے ساتھ کام کرنا پڑتا ہے۔ مثال کے طور پر جماعت VIII کے 60 طلبا کے ذریعہ ریاضی میں حاصل کیے گئے نمبروں (50 میں سے) پر غور کیجیے۔

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17.

اگر ہم ہر ایک مشاہدہ کے لیے تعدد بٹاؤ جدول بناتے ہیں تو وہ فہرست بہت لمبی ہوگی۔ اس لیے ہم آسانی کے لیے مشاہدات کے کچھ گروپ بناتے ہیں جیسے 0-10، 10-20 وغیرہ۔ ہر ایک گروپ میں آنے والے مشاہدات کی تعداد کی بنیاد پر ایک تعدد بٹاؤ جدول بناتے ہیں۔ اس طرح مذکورہ بالا اعداد و شمار کے لیے تعدد بٹاؤ جدول اس طرح ہو سکتا ہے:

جدول 5.2

گروپ	ٹیلی مارکس	تعدد
0-10	||	2
10-20	𝍸 𝍸	10
20-30	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	21
30-40	𝍸 𝍸 𝍸 ||||	19
40-50	𝍸 ||	7
50-60	|	1
	کل	**60**

اس طرح ظاہر کیے گئے اعداد و شمار، **گروپ اعداد و شمار** (Grouped Data) کہلاتے ہیں اور حاصل بٹاؤ **گروپ تعددی بٹاؤ** (Grouped frequency distribution) کہلاتا ہے اس سے بامعنی نتیجہ نکالنے میں مدد ملتی ہے جیسے۔

(1) زیادہ تر طلبا نے 20 اور 40 کے درمیان نمبر حاصل کیے۔

(2) آٹھ طلبا نے 50 میں سے 40 سے زیادہ نمبر حاصل کیے۔

گروپ 0-10، 10-20، 20 - 30 وغیرہ سے ہر ایک **کلاس وقفہ** (Class Interval) (یا مختصراً کلاس) کہلاتا ہے۔

غور کیجیے 10 دونوں ہی کلاسوں یعنی 0-10 اور 10 -20 میں شامل ہے۔ اسی طرح 20 بھی دونوں ہی کلاسوں یعنی (10-20 اور 20 - 30) میں شامل ہے۔ لیکن ایک مشاہدہ (جیسے 10 اور 20) ایک ساتھ دو کلاسوں میں شامل نہیں ہو سکتا۔ اس سے بچنے

5.2 اعداد و شمار کی تنظیم کاری (Organising Data)

عام طور پر ہمیں اعداد و شمار غیر منظّم شکل میں حاصل ہوتے ہیں جنھیں خام اعداد و شمار کہتے ہیں۔ ان سے بامعنی نتیجہ نکالنے کے لیے اعداد و شمار کو ایک منظّم شکل میں مرتب کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ مثال کے طور پر طلبا کے ایک گروپ سے ان کے من پسند مضمون کے بارے میں پوچھا گیا۔ اس کے نتیجوں کی فہرست ذیل میں دی گئی ہے:

آرٹ، ریاضی، سائنس، انگریزی، ریاضی، آرٹ، انگریزی، ریاضی، انگریزی، آرٹ، سائنس، آرٹ، سائنس، سائنس، ریاضی، آرٹ، انگریزی، آرٹ، سائنس، ریاضی، سائنس، آرٹ۔

کس مضمون کو سب سے زیادہ اور کس مضمون کو سب سے کم پسند کیا گیا؟

اس طرح سے غیر منظّم طریقے سے لکھی گئی پسند کو دیکھ کر جواب دینا مشکل ہے۔ ہم ٹیلی مارکس کا استعمال کرکے ان اعداد و شمار کو جدول 5.1 میں مرتب کرتے ہیں۔

جدول 5.1

مضمون	ٹیلی مارکس	طلبا کی تعداد
آرٹ	||||/ ||	7
ریاضی	||||/	5
سائنس	||||/ |	6
انگریزی	||||	4

ہر مضمون کے سامنے لکھے ٹیلی مارکس کی تعداد سے ہمیں اس مضمون کو پسند کرنے والے طلبا کی تعداد معلوم ہوتی ہے۔

یہ اس مضمون کی **تعدد** (Frequency) کہلاتا ہے۔

کسی اندراج کا تعدد وہ تعداد ہے جتنی بار وہ اندراج اس اعداد و شمار میں آتا ہے۔

جدول 5.1 انگریزی کو پسند کرنے والے طلبا کا تعدد 4 ہے۔

ریاضی پسند کرنے والوں کا تعدد 5 ہے۔

اس طرح کے جدول کو **تعدد بٹاؤ جدول** (Frequency Distribution) کہتے ہیں۔ کیوں کہ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ایک اندراج کتنی مرتبہ واقع ہوا ہے۔

کوشش کیجیے

1. طلبا کے ایک گروپ سے یہ پوچھا گیا کہ وہ سب سے زیادہ کس جانور کو گھر میں پالنا پسند کریں گے۔ نتیجے نیچے دیے گئے ہیں:

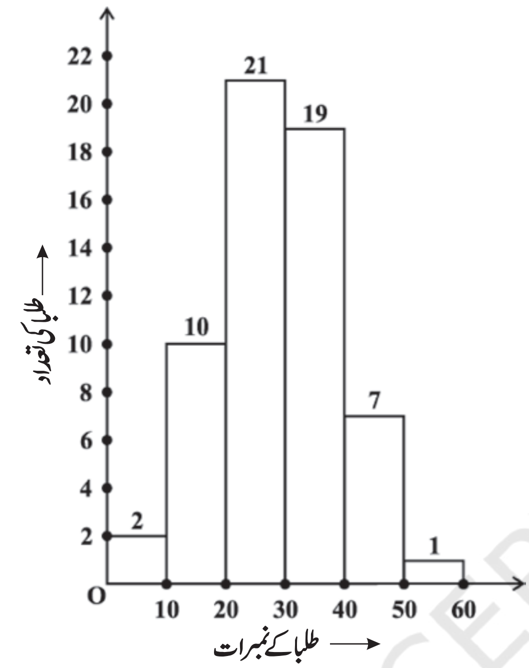
کتا، بلّی، بلّی، مچھلی، بلّی، خرگوش، کتا، بلّی، خرگوش، کتا، بلّی، کتا، کتا، کتا، بلّی، گائے، مچھلی، خرگوش، کتا، بلّی، کتا، بلّی، بلّی، کتا، خرگوش، بلّی، مچھلی، کتا۔

ان اعداد و شمار کا ایک تعدد بٹاؤ جدول بنائیے۔

© NCERT not to be republished

5.3.1 قدرے مختلف بار

آیئے 60 طلبا کے ریاضی کے ایک ٹیسٹ میں حاصل کیے گئے نمبروں کے گروپ تعدد بٹاؤ پر غور کریں (جدول 5.4)۔



شکل 5.1

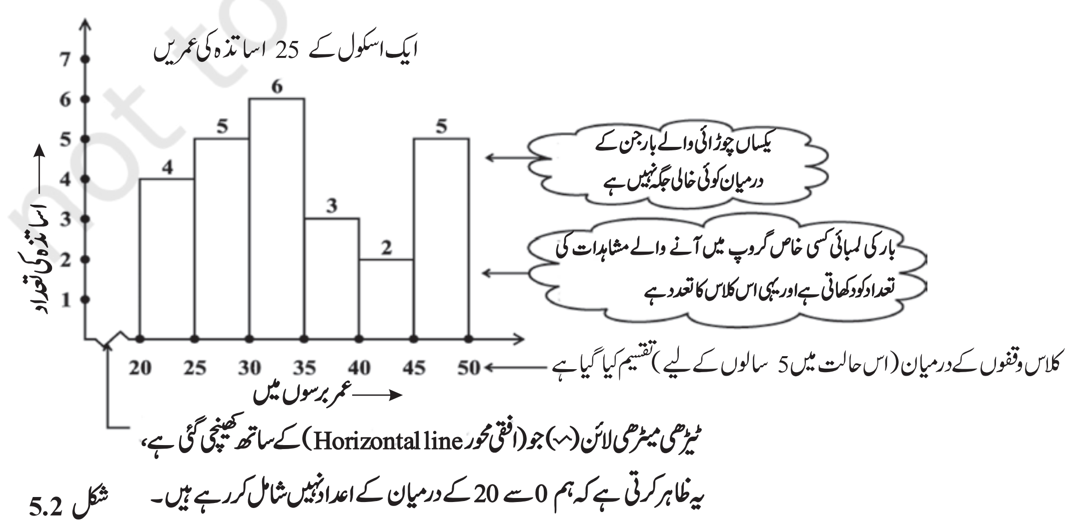
جدول 5.4

کلاس وقفہ	تعدد
0-10	2
10-20	10
20-30	21
30-40	19
40-50	7
50-60	1
کل	**60**

ان اعداد و شمار کو گراف کی مدد سے متصل گراف میں ظاہر کیا گیا ہے (شکل 5.1)۔

کیا یہ گراف کسی قدر ساتویں جماعت میں آپ کے بنائے گراف سے مختلف ہے؟ مشاہدہ کیجیے کہ یہاں ہم نے مشاہدات کے گروپ (یعنی کلاس وقفوں) کو افقی محور پر ظاہر کیا ہے۔ بار کی **اونچائی کلاس وقفہ کے تعدد** کو ظاہر کرتی ہے۔ ساتھ ہی، یہاں بار کے درمیان کوئی خالی جگہ نہیں ہے کیوں کہ کلاس وقفوں کے درمیان بھی کوئی خالی جگہ نہیں ہے۔

اعداد و شمار کے اس گرافی اظہار کو **ہسٹو گرام** (Histogram) کہتے ہیں۔ مندرجہ ذیل گراف ایک دوسرا ہسٹو گرام ہے (شکل 5.2)۔



شکل 5.2

© NCERT not to be republished

کے لیے ہم یہ طریقہ اختیار کر سکتے ہیں کہ مشترک مشاہدہ بڑی کلاس میں شامل ہوگا، جیسے 10 کلاس وقفہ 20-10 (10-0 میں نہیں) میں شامل ہے۔اسی طرح 20 کلاس وقفہ 30-20 (20-10 میں نہیں) میں شامل ہے۔ کلاس وقفہ 20-10 میں 10 **زیریں کلاس حد** (Lower class limit) کہلاتی ہے اور 20 **بالائی کلاس حد** (Upper class limit) کہلاتی ہے۔ اسی طرح کلاس وقفہ 30-20 میں 20 زیریں کلاس حد ہے اور 30 بالائی کلاس حد ہے۔ مشاہدہ کیجیے کہ ہر کلاس وقفہ 10-0، 20-10، 30-20 وغیرہ میں بالائی اور نچلی کلاس حدوں کا فرق یکساں ہے (یہاں یہ فرق 10 ہے)۔ بالائی کلاس حد اور زیریں کلاس حد کا یہ فرق کلاس وقفہ کی **چوڑائی یا سائز** کہلاتا ہے۔

کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل تعدد بٹاؤ جدول کو غور سے پڑھیے اور ذیل میں دیے گئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

ایک فیکٹری کے 550 ملازموں کی یومیہ آمدنی کا تعددی بٹاؤ یہ ہے

جدول 5.3

کلاس وقفہ (یومیہ آمدنی ₹ میں)	تعدد (ملازمین کی تعداد)
100-125	45
125-150	25
150-175	55
175-200	125
200-225	140
225-250	55
250-275	35
275-300	50
300-325	20
کل	**550**

(i) کلاس وقفہ کا سائز کیا ہے؟
(ii) کس کلاس کا تعدد سب سے زیادہ ہے؟
(iii) کس کلاس کا تعدد سب سے کم ہے؟
(iv) کلاس وقفہ 275-250 کی بالائی حد کیا ہے؟
(v) کن دو کلاسوں کا تعدد ایک ہی ہے؟

2. وقفوں 35-30 اور 40-30 وغیرہ کا استعمال کرتے ہوئے ایک جماعت کے 20 طلبا کے وزن (کلوگرام میں) کے مندرجہ ذیل اعداد و شمار کے لیے ایک تعددی بٹاؤ جدول بنائیے۔

40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39.

مشق 5.1

.1 مندرجہ ذیل میں سے کن اعداد و شمار کو دکھانے کے لیے آپ ہسٹو گرام کا استعمال کریں گے؟

(a) ایک ڈاکیہ کے تھیلے میں مختلف علاقوں کے خطوں کی تعداد۔

(b) کسی کھیل کود کے مقابلہ میں حصہ لینے والے کھلاڑیوں کی اونچائی۔

(c) 5 کمپنیوں کے ذریعہ تیار کی گئی کیسٹوں کی تعداد۔

(d) کسی اسٹیشن پر صبح 7 بجے سے شام 7 بجے کے دوران ٹرین میں سفر کرنے والے مسافروں کی تعداد۔

ہر ایک کے لیے وجہ بھی بتائیے۔

.2 کسی ڈپارٹ مینٹل اسٹور پر خریداری کرنے آئے لوگوں کو اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے: مرد (M)، عورت (W)، لڑکا (B) یا لڑکی (G) سے مندرجہ ذیل فہرست ان خریداروں کی ہے جو صبح کے سب سے پہلے گھنٹے میں آئے ہیں:

W W W G B W W M G G M M W W W W G B M W B G G M W W M M W W W M W

B W G M W W W W G W M M W W M W G W M G W M M B G G W

ٹیلی مارکس کی مدد سے ایک تعدد بٹاؤ جدول بنائیے۔ اسے ظاہر کرنے کے لیے ایک بار گراف کھینچیے۔

.3 کسی فیکٹری کے 30 ملازمین کی ہفتہ واری مزدوری (₹ میں) مندرجہ ذیل ہے۔

830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808,

812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840

ٹیلی مارکس کا استعمال کرتے ہوئے وقفہ 810 - 800 اور 820 - 810 اور اسی طرح آگے ایک تعدد بٹاؤ جدول بنائیے۔

.4 سوال 3 میں دیے گئے اعداد و شمار سے حاصل جدول کے لیے ایک ہسٹو گرام بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(i) کس گروپ میں مزدوروں کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟

(ii) کتنے مزدور 850 ₹ یا اس سے زیادہ مزدوری حاصل کرتے ہیں؟

(iii) کتنے مزدور 850 ₹ سے کم مزدوری حاصل کرتے ہیں؟

.5 چھٹی کے دنوں میں ایک مخصوص کلاس کے طلبا کئی گھنٹے ٹیلیویژن دیکھنے میں گذارتے ہیں جو ایک گراف کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔

مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(i) زیادہ سے زیادہ طلبا نے کتنے گھنٹے ٹی وی دیکھا؟

(ii) کتنے طلبا نے 4 گھنٹے سے کم وقت تک ٹی وی دیکھا؟

© NCERT not to be republished

اس ہسٹوگرام کے بارے ہم مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دے سکتے ہیں:

(i) کتنے اساتذہ کی عمر 45 سال یا اس سے زیادہ ہے لیکن 50 سال سے کم ہے؟

(ii) کتنے اساتذہ کی عمر 35 سال سے کم ہے؟

کوشش کیجیے

1. ہسٹوگرام (شکل 5.3) کا مشاہدہ کیجیے اور ذیل میں دیے گئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

شکل 5.3

(i) اس ہسٹوگرام سے کون سی معلومات دی گئی ہے؟

(ii) کس گروپ میں لڑکیوں کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟

(iii) کتنی لڑکیوں کی اونچائی 145 سینٹی میٹر یا اُس سے زیادہ ہے؟

(iv) اگر ہم لڑکیوں کی تعداد کو درج ذیل تین گروپوں میں تقسیم کریں تو ہر گروپ میں لڑکیوں کی تعداد کیا ہوگی؟

150 سینٹی میٹر یا اس سے زیادہ ____ گروپ A

140 سینٹی میٹر یا اس سے زیادہ لیکن 150 سینٹی میٹر سے کم ____ گروپ B

140 سینٹی میٹر سے کم ____ گروپ C

اس لیے، اس سیکٹر کو مکمل دائرہ کے $\frac{1}{3}$ حصہ میں ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح اسکول میں خرچ کیے گئے گھنٹوں کے سیکٹر کا متناسب حصہ

$$= \frac{\text{اسکول کے گھنٹوں کی تعداد}}{\text{مکمل دن}} = \frac{6 \text{ گھنٹے}}{24 \text{ گھنٹے}} = \frac{1}{4}$$

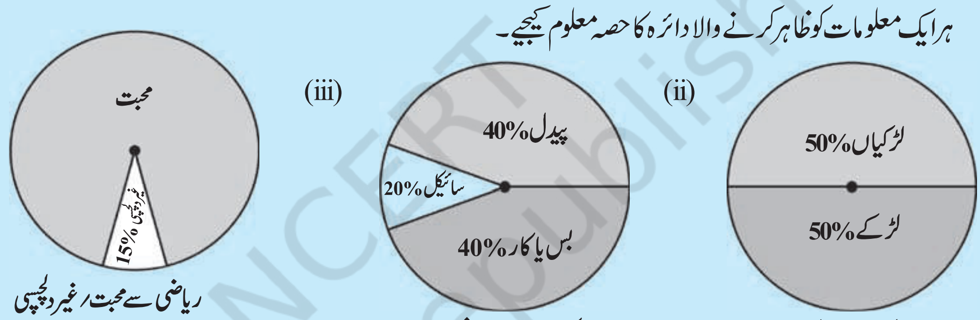
اس لیے اس سیکٹر کو دائرہ کے $\frac{1}{4}$ حصہ کی شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح دوسرے سیکٹر کے سائز معلوم کیے جا سکتے ہیں۔

تمام مشغلوں کے کسور کو جمع کیجیے۔ کیا آپ کو حاصل جمع 'ایک' حاصل ہوتا ہے؟

ایک دائرہ گراف **پائی چارٹ** (Pie Chart) بھی کہلاتا ہے۔

کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل ہر ایک پائی چارٹ (شکل 5.5) آپ کی کلاس کے بارے میں مختلف معلومات فراہم کرتا ہے ان میں سے ہر ایک معلومات کو ظاہر کرنے والا دائرہ کا حصہ معلوم کیجیے۔



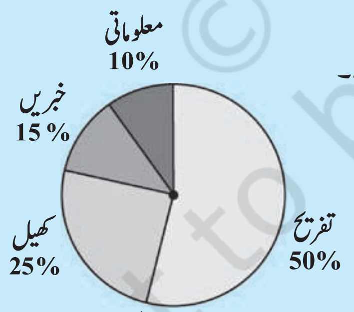
(i) لڑکیاں یا لڑکے　(ii) اسکول کے لیے ٹرانسپورٹ　(iii) ریاضی سے محبت / غیر دلچسپی

شکل 5.5

2. دیے گئے پائی چارٹ (شکل 5.6) کی مدد سے مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

(i) کس قسم کے پروگرام سب سے زیادہ دیکھے جاتے ہیں؟

(ii) کن دو طرح کے پروگراموں کو دیکھنے والوں کی کل تعداد کھیلوں کے پروگرام دیکھنے والوں کی تعداد کے برابر ہے۔



ٹیلی ویژن کے مختلف چینلوں کو دیکھنے والے ناظرین

شکل 5.6

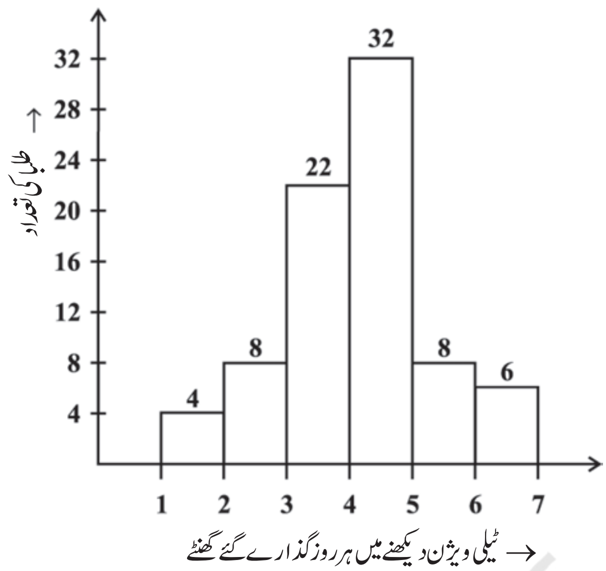
5.4.1 پائی چارٹ بنانا

کسی اسکول کے طلبا کے ذریعہ پسند کی جانے والی آئس کریم کے ذائقوں (Flavours) کا فی صد نیچے دیا گیا ہے۔

ذائقہ	ذائقہ پسند کرنے والے طلبا کا فی صد
چاکلیٹ	50%
ونیلا	25%
دوسری قسم	25%

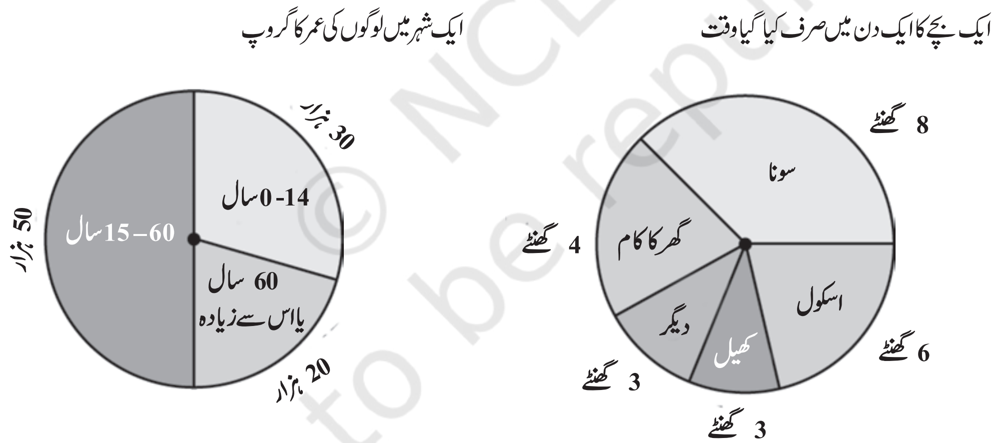
© NCERT not to be republished

(iii) کتنے طلبا نے 5 گھنٹے سے زیادہ کا وقت ٹی وی دیکھنے میں صرف کیا؟



5.4 دائرہ گراف یا پائی چارٹ (Circle Graph or Pie Chart)

کیا آپ کے سامنے دائرہ کی شکل میں کبھی اعداد و شمار ظاہر کیے گئے ہیں جیسا کہ (شکل 5.4) میں ظاہر کیا گیا ہے؟



(ii) (i)

شکل 5.4

یہ **دائرہ گراف** (Circle Graphs) کہلاتے ہیں۔ ایک دائرہ گراف کسی مکمل اور اس کے حصوں میں تعلق کو دکھاتا ہے۔ یہاں مکمل دائرہ کو سیکٹر میں بانٹ دیا جاتا ہے۔ ہر سیکٹر کا سائز اس مشغلہ یا معلومات کے متناسب ہے جس کو یہ ظاہر کرتا ہے۔

مثال کے طور پر مذکورہ بالا گراف میں سونے کے عمل میں خرچ کیے گئے گھنٹوں میں سیکٹر کا متناسب حصہ

$$= \frac{\text{سونے کے گھنٹوں کی تعداد}}{\text{مکمل دن}} = \frac{8 \text{ گھنٹے}}{24 \text{ گھنٹے}} = \frac{1}{3}$$

© NCERT not to be republished

حل :

(i) سب سے زیادہ کھانے پر خرچ ہے۔

(ii) بچوں کی تعلیم پر ہونے والا خرچ (15%) خاندان کی کل بچت کے برابر ہے۔

(iii) 15% ظاہر کرتا ہے ₹ 3000 کو

اس لیے 10% ظاہر کرتا ہے $10 \times \frac{3000}{15} = ₹\ 2000$ ₹

مثال 2 : ذیل میں کسی مخصوص دن ایک بیکری کی دوکان میں ہوئی مختلف چیزوں کی فروخت (روپیوں میں) دی گئی ہے۔

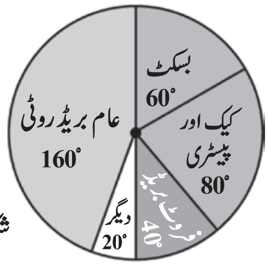
عام ڈبل روٹی	:	320
فروٹ بریڈ	:	80
کیک اور پیسٹری	:	160
بسکٹ	:	120
دیگر	:	40
میزان	:	**720**

اس ڈاٹا کے لیے ایک پائی چارٹ کھینچیے

حل : ہم ہر سیکٹر کا مرکزی زاویہ معلوم کرتے ہیں۔ یہاں کل فروخت = 720 روپے ہے۔ اس سے ہمیں مندرجہ ذیل جدول حاصل ہوتی ہے۔

اشیا	بکری (روپیوں میں)	کسر کا حصہ	مرکزی زاویہ
عام ڈبل روٹی	320	$\frac{320}{720} = \frac{4}{9}$	$\frac{4}{9} \times 360° = 160°$
بسکٹ	120	$\frac{120}{720} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360° = 60°$
کیک اور پیسٹری	160	$\frac{160}{720} = \frac{2}{9}$	$\frac{2}{9} \times 360° = 80°$
فروٹ بریڈ	80	$\frac{80}{720} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} \times 360° = 40°$
دیگر	40	$\frac{40}{720} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{18} \times 360° = 20°$

مذکورہ بالا کا استعمال کر کے ہم ایک پائی چارٹ بناتے ہیں (شکل 5.8):



شکل 5.8

آیئے ان اعداد و شمار کو ایک پائی چارٹ کی مدد سے ظاہر کرتے ہیں۔

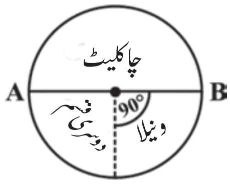
ایک دائرہ کے مرکز پر پورا زاویہ 360° ہے۔ سیکٹروں کے مرکزی زاویہ 360° کے حصے یا کوئی کسر ہوں گے۔ ہم سیکٹر کے مرکزی زاویوں کو معلوم کرنے کے لیے ایک جدول بناتے ہیں (جدول 5.5)۔

جدول 5.5

ذائقہ	ذائقہ کو پسند کرنے والے طلبا کا فی صد	کسر کا حصہ	360° کی کسر
چاکلیٹ	50%	$\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$	360° کا $\frac{1}{2}=180°$
ونیلا	25%	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	360° کا $\frac{1}{4}=90°$
دوسری قسم	25%	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	360° کا $\frac{1}{4}=90°$

1. کسی مناسب نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچیے۔
اس کے مرکز کی (O) سے اور ایک نصف قطر (OA) کی نشاندہی کیجیے۔

2. چاکلیٹ کے لیے سیکٹر کا زاویہ 180° ہے۔
چاندے کا استعمال کر کے $\angle AOB = 180°$ کھینچیے۔



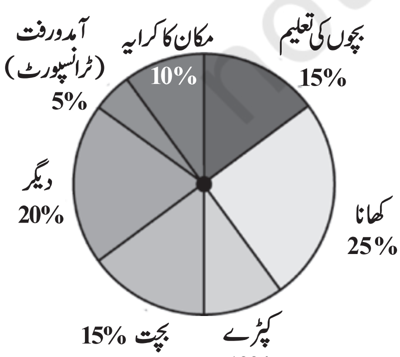
3. بچے ہوئے سیکٹروں کی اسی طرح نشاندہی کیجیے۔

مثال 1 : متصل پائی چارٹ (شکل 5.7) ایک مہینے میں ایک خاندان کا مختلف چیزوں میں خرچ (فیصد میں) اور اس کی بچت کو ظاہر کرتا ہے۔

(i) کس چیز میں سب سے زیادہ خرچ کیا گیا؟

(ii) کس چیز میں ہوا خرچ کنبہ کی کل بچت کے برابر ہے؟

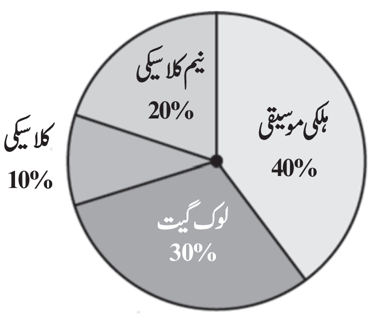
(iii) اگر کنبہ کی ماہانہ بچت 3000 ₹ ہے تو کپڑوں پر ہونے والا ماہانہ خرچ کتنا ہے؟



شکل 5.7

125-150	55
150-175	30
175-200	50
200-225	125
225-250	140
میزان	**480**

مشق 5.2



.1 ایک شہر کے نوجوانوں کے ایک گروپ سے یہ معلوم کرنے کے لیے کہ انھیں کس قسم کی موسیقی پسند ہے، سروے کیا گیا۔ ان سے حاصل اعداد و شمار کو متصل پائی چارٹ میں ظاہر کیا گیا ہے۔

اس پائی چارٹ کی مدد سے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) اگر 20 لوگ کلاسیکی موسیقی پسند کرتے ہیں تو کل کتنے نوجوان لوگوں کو سروے میں شامل کیا گیا؟

(ii) کس قسم کی موسیقی کو سب سے زیادہ لوگ پسند کرتے ہیں؟

(iii) اگر ایک کیسٹ کمپنی 1000 سی ڈی تیار کرے تو وہ ہر قسم کی کتنی سی ڈی تیار کرے گی؟

.2 360 لوگوں کے ایک گروپ سے تین موسموں یعنی برسات، سردی اور گرمی میں سے اپنے پسندیدہ موسم کو ووٹ دینے کے لیے کہا گیا۔ ان سے موصول اعداد و شمار کو متصل تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

موسم	ووٹوں کی تعداد
گرمی	90
برسات	120
سردی	150

(i) کس موسم کو سب سے زیادہ ووٹ ملے؟

(ii) ہر سیکٹر کا مرکزی زاویہ معلوم کیجیے۔

(iii) اس معلومات کو دکھانے کے لیے ایک پائی چارٹ بنائیے۔

.3 مندرجہ ذیل معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے ایک پائی چارٹ بنائیے۔ یہ جدول لوگوں کے ایک گروپ کے ذریعہ پسند کیے جانے والے رنگوں کو ظاہر کرتا ہے۔

رنگ	لوگوں کی تعداد
نیلا	18
ہرا	9
لال	6
پیلا	3
کل	**36**

ہر سیکٹر کا تناسب معلوم کیجیے۔ مثال کے طور پر، نیلا $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ ہے، ہرا $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ وغیرہ۔

اس کا استعمال کرتے ہوئے نظیری زاویے معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

کوشش کیجیے

ذیل میں دیے گئے اعداد وشمار کی مدد سے پائی چارٹ بنائیے۔

ایک بچّے نے ایک دن میں اس طرح اپنا وقت صرف کیا۔

سونا — 8 گھنٹے

اسکول — 6 گھنٹے

گھر کا کام — 4 گھنٹے

کھیل — 4 گھنٹے

دیگر — 2 گھنٹے

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

مندرجہ ذیل اعداد وشمار کو ظاہر کرنے کے لیے کس قسم کا گراف مناسب ہوگا۔

1. کسی صوبہ میں گیہوں کی پیداوار

سال	2001	2002	2003	2004	2005	2006
پیداوار (لاکھ ٹن میں)	60	50	70	55	80	85

2. لوگوں کے ایک گروپ کے کھانے کی پسند

پسندیدہ کھانا	لوگوں کی تعداد
شمالی ہندوستانی	30
دکنی ہندوستانی	40
چینی	25
دیگر	25
کل	**120**

3. فیکٹری کے مزدوروں کے ایک گروپ کی یومیہ آمدنی

یومیہ آمدنی (روپیوں میں)	مزدوروں کی تعداد (ایک فیکٹری میں)
75-100	45
100-125	35

© NCERT not to be republished

خریدتے ہیں اور وہ انتظار کی حالت میں (Wait listed) ہے تو آپ امکان کا سہارا لیتے ہیں۔ آپ یہ امید کرتے ہیں کہ جب آپ سفر کریں گے تب ممکن ہے کہ اس ٹکٹ پر آپ کی سیٹ محفوظ (Reserve) ہو جائے گی۔

یہاں ہم ایسے کچھ تجربوں پر غور کریں گے جن میں نتیجوں کے واقع ہونے کا امکان برابر ہو۔

5.5.1 کوئی نتیجہ حاصل کرنا (Getting a Result)

آپ نے اکثر دیکھا ہوگا کہ کرکٹ کا میچ شروع ہونے سے پہلے دونوں ٹیموں کے کپتان میدان میں جا کر یہ طے کرنے کے لیے سکّہ اچھالتے ہیں کہ کون سی ٹیم پہلے بلے بازی کرے گی۔

جب ایک سکّہ اچھالا جاتا ہے تو آپ کو کیا ممکن نتیجہ حاصل ہوتا ہے؟ یقیناً، ہیڈ (Head) یا ٹیل (Tail)۔

تصور کیجیے کہ آپ ٹیم کے کپتان ہیں اور آپ کا دوست دوسری ٹیم کا کپتان ہے۔ آپ ایک سکّہ اچھالتے ہیں اور اپنے دوست سے ہیڈ یا ٹیل کہنے کے لیے کہتے ہیں۔ کیا آپ اس نتیجہ پر کوئی اختیار رکھ سکتے ہیں؟ اگر آپ چاہیں تو کیا آپ کو ہیڈ حاصل ہو سکتا ہے؟ یا اگر آپ چاہیں تو آپ کو ٹیل حاصل ہو سکتا ہے؟ نہیں، ایسا ممکن نہیں ہے۔ اس طرح کا تجربہ ایک **بلا منصوبہ تجربہ** (Random Experiment) کہلاتا ہے۔ ہیڈ یا ٹیل اس تجربہ کے دو **نتیجے** (Outcomes) ہیں۔

کوشش کیجیے

1. اگر آپ ایک اسکوٹر چلانا شروع کریں (Start) تو ممکن نتائج کیا ہو سکتے ہیں؟
2. جب ایک پانسہ پھینکا جاتا ہے تو چھ ممکن نتائج کیا ہو سکتے ہیں؟
3. جب آپ پہیے کو گھمائیں گے تو ممکنہ نتائج کیا ہوں گے (شکل 5.9)؟ ان کی فہرست بنائیے۔
(یہاں نتیجہ کے معنی ہیں وہ سیکٹر جہاں سوئی گھمانے کے بعد ٹھہر جائے گی)

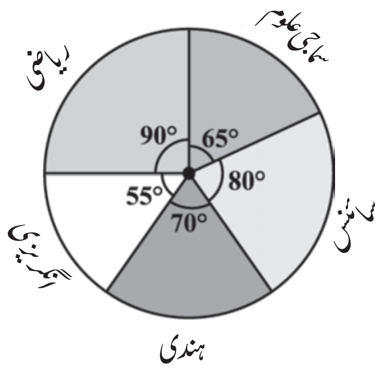
شکل 5.9

شکل 5.10

4. آپ کے پاس ایک تھیلا ہے جس میں مختلف رنگوں کی پانچ ایک جیسی گیندیں ہیں۔ آپ بنا دیکھے اس میں سے ایک گیند باہر نکال لیتے ہیں۔ حاصل ہونے والے نتیجوں کو لکھیے (شکل 5.10)۔

© NCERT not to be republished

4. متصل پائی چارٹ ایک طالب علم کے ذریعہ امتحان میں ہندی، انگریزی، حساب، سماجی علوم اور سائنس میں حاصل کیے گئے نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر اس طالب علم کے ذریعہ حاصل کیے گئے کل نمبر 540 تھے تو مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔



(i) کس مضمون میں طالب علم نے 105 نمبر حاصل کیے؟
(اشارہ: 540 نمبروں کے لیے مرکزی زاویہ 360° ہے، اس لیے 105 نمبروں کے لیے مرکزی زاویہ کیا ہوگا؟)

(ii) طالب علم نے ریاضی میں ہندی سے کتنے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

(iii) جانچ کیجیے کہ کیا سماجی علوم اور ریاضی میں حاصل کیے گئے نمبروں کا حاصل جمع سائنس اور ہندی میں حاصل کیے گئے نمبروں کے حاصل جمع سے زیادہ ہے۔ (اشارہ: مرکزی زاویوں پر غور کیجیے۔)

5. ایک ہاسٹل میں مختلف زبانیں بولنے والے طلبا کی تعداد نیچے دی گئی ہے۔ ان اعداد و شمار کو ایک پائی چارٹ کے ذریعہ دکھایئے۔

زبان	ہندی	انگریزی	مراٹھی	تمل	بنگالی	کل
طلبا کی تعداد	40	12	9	7	4	72

5.5 امکان اور احتمال (Chance and Probability)

کبھی کبھی ایسا ہوتا ہے کہ برسات کے موسم میں ہم روز برساتی لے کر باہر نکلتے ہیں اور کئی دنوں تک بارش نہیں ہوتی۔ اتفاق سے ایک دن آپ برساتی لے جانا بھول جاتے ہیں اور اس دن تیز بارش ہو جاتی ہے۔

کبھی کبھی ایسا بھی ہوتا ہے کہ ایک طالب علم ایک ٹیسٹ کے لیے 5 میں سے 4 باب اچھی طرح سے تیار کرتا ہے لیکن ایک اہم سوال اس باب میں سے پوچھ لیا جاتا ہے جس کو اس نے اچھی طرح تیار نہیں کیا تھا۔

ہر شخص جانتا ہے کہ کوئی خاص ٹرین ہمیشہ صحیح وقت پر چلتی ہے لیکن جس دن آپ صحیح وقت پر پہنچتے ہیں اس دن وہ دیر سے آتی ہے!

آپ کو مندرجہ بالا ایسی بہت سی حالتوں کا سامنا کرنا پڑتا ہے جہاں آپ امکان (Chance) کا سہارا لے کر کام کرنا چاہتے ہیں لیکن وہ اس طرح نہیں ہوتا جیسا آپ چاہتے ہیں۔ کیا آپ ایسی کچھ اور مثالیں دے سکتے ہیں؟ یہ ایسی مثالیں ہیں جہاں کسی بات کے ہونے یا نہ ہونے کے امکانات برابر نہیں ہیں۔ ایک ٹرین کے وقت پر آنے یا نہ آنے کا امکان برابر نہیں ہے۔ جب آپ کوئی ٹکٹ

© NCERT not to be republished

5.5.3 امکانات کو احتمال سے منسلک (جوڑنا) کرنا

سکے کو ایک بار اچھالنے کے تجربہ پر غور کیجیے۔ کیا نتیجہ نکلا؟ یہاں صرف دو نتیجے ہیں— ہیڈ (Head) یا ٹیل (Tail)۔ دونوں ہی نتیجے مساوی امکانی ہیں۔ ایک ہیڈ حاصل کرنے کے امکان دو نتیجوں میں سے ایک ہے یعنی $\frac{1}{2}$ ہے۔ دوسرے لفظوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک ہیڈ حاصل کرنے کا احتمال $= \frac{1}{2}$ ہے۔ ایک ٹیل حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟

اب پانسہ پھینکنے کی مثال پر غور کیجیے جس کے رُخوں (Face) پر 1، 2، 3، 4، 5، 6 (ایک رُخ پر ایک عدد) لکھا ہے۔ اگر آپ اسے ایک بار پھینکیں تو کیا نتائج حاصل ہوں گے؟ ان کے کیا نتائج ہوں گے؟ 1، 2، 3، 4، 5، 6۔ اس طرح یہاں چھ مساوی امکانات ہیں۔

نتیجہ '2' حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟

یہ احتمال ہے: $\frac{1}{6}$ ← 2 دینے والے نتیجوں کی تعداد / ← مساوی امکانی نتیجوں کی تعداد

عدد 5 حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟ عدد 7 حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟ 1 سے 6 تک کے عدد حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟

5.5.4 وقوعوں کی شکل میں نتائج

ایک تجربہ کے ہر نتیجہ یا نتیجوں کے مجموعہ سے ایک وقوعہ بنتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک سکہ کو اچھالنے کے تجربہ میں ہیڈ حاصل کرنا ایک وقوعہ ہے اور ٹیل حاصل کرنا بھی ایک وقوعہ ہے۔ ایک پانسے کو پھینکنے کی شکل میں نتائج 1، 2، 3، 4، 5 اور 6 میں سے ہر ایک نتیجہ حاصل کرنا ایک وقوعہ ہے۔ کیا ایک جفت عدد حاصل کرنا ایک وقوعہ ہے؟ کیوں کہ ایک جفت عدد 2، 4 اور 6 ہو سکتا ہے۔ اس لیے ایک جفت عدد حاصل کرنا بھی ایک وقوعہ ہے۔ ایک جفت عدد حاصل کرنے کا احتمال کیا ہوگا؟

یہ احتمال ہے $\frac{3}{6}$ ← ان نتائج کی تعداد جو وقوعہ بناتے ہیں / ← تجربہ کے نتائج کی کل تعداد۔

مثال 3 : ایک تھیلے میں 4 لال گیندیں اور 2 پیلی گیندیں ہیں (گیندیں رنگ کے علاوہ کئی طرح سے ایک جیسی یعنی مشابہ ہیں)۔ تھیلے کے اندر سے بنا دیکھے ایک گیند نکالی جاتی ہے۔ ایک لال گیند کے نکالے جانے کا احتمال کیا ہے؟ کیا یہ ایک پیلی گیند کے نکالے جانے کے احتمال سے زیادہ ہے یا کم؟

حل : یہاں وقوعہ کے کل نتیجہ $6 = (2 + 4)$ ہیں۔ لال گیند حاصل کرنے کے 4 نتیجے ہیں۔ (کیوں؟)

اس لیے، لال گیند حاصل کرنے کا احتمال $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ہے۔ اسی طرح پیلی گیند حاصل کرنے کا احتمال $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ہے۔ (کیوں؟)

لہٰذا لال گیند حاصل کرنے کا احتمال پیلی گیند کے حاصل کرنے کے احتمال سے زیادہ ہے۔

© NCERT not to be republished

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ایک پانسہ کو پھینکنے پر:

- کیا پہلے کھلاڑی کے چھ حاصل کرنے کا امکان زیادہ ہے؟
- کیا اس کے بعد کھیلنے والے کھلاڑی کے چھ حاصل کرنے کا امکان کم ہے؟
- مان لیجیے کہ دوسرا کھلاڑی چھ حاصل کر لیتا ہے۔ کیا اس کے معنی یہ ہیں کہ تیسرے کھلاڑی کے چھ حاصل کرنے کا کوئی امکان نہیں ہے؟

5.5.2 مساوی امکانی نتیجہ

ایک سکہ کئی مرتبہ اچھالا جاتا ہے اور جتنی بار ہیڈ یا ٹیل آتا ہے انھیں لکھ لیا جاتا ہے۔ آیئے اپنے نتائج کی شیٹ کو دیکھیں جہاں ہم اُچھالوں کی تعداد میں اضافہ کرتے جا رہے ہیں:

اچھالوں کی تعداد	ٹیلی مارکس (H)	ہیڈ کی تعداد	ٹیلی مارکس (T)	ٹیل کی تعداد
50	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||| ||	27	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
60	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	28	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	32
70	...	33	...	37
80	...	38	...	42
90	...	44	...	46
100	...	48	...	52

غور کیجیے کہ جب آپ اچھالوں کی تعداد بڑھاتے جاتے ہیں تو ہیڈ اور ٹیل کی تعداد ایک دوسرے کے قریب تر ہوتی جاتی ہے۔

ایسا ایک پانسے کے ساتھ بھی ہو سکتا ہے، جب اسے ایک بڑی تعداد میں پھینکا جاتا ہے۔ چھ نتیجوں میں سے ہر ایک کی تعداد تقریباً برابر ہو جاتی ہے۔

ایسی حالتوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ تجربہ کے مختلف نتائج مساوی امکانی ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ سبھی میں سے ہر ایک نتیجہ کے آنے کا امکان ایک ہی ہے۔

2. جب پانسہ پھینکا جاتا ہے تب مندرجہ ذیل ہر وقوعہ سے حاصل ہونے والے نتیجوں کی فہرست بنائیے؟

(i) (a) ایک مفرد عدد (b) ایک غیر مفرد عدد

(ii) (a) 5 سے بڑا عدد (b) ایسا عدد جو 5 سے بڑا نہیں ہے

3. معلوم کیجیے۔

(a) پوائنٹر (سوئی) کا D پر رکنے کا احتمال [سوال 1 - (a)] میں؟

(b) اچھی طرح پھینٹے گئے تاش کے 52 پتوں میں سے اِکّا حاصل کرنے کا احتمال؟

(c) ایک لال سیب حاصل کرنے کا احتمال (نیچے دی گئی شکل کو دیکھیے)

4. 10 مختلف پرچیوں پر 1 سے 10 تک کے اعداد لکھے ہیں (ایک پرچی پر ایک عدد)۔ انھیں ایک ڈبّے میں رکھ کر اچھی طرح ملا دیا گیا ہے۔ ڈبّے کے اندر سے بنا دیکھے ایک پرچی نکالی گئی۔ مندرجہ ذیل کا احتمال معلوم کیجیے۔

(i) عدد 6 حاصل ہونا؟

(ii) 6 سے چھوٹا عدد حاصل ہونا؟

(iii) 6 سے بڑا ایک عدد حاصل ہونا؟

(iv) 1 ہندسے والا ایک عدد حاصل ہونا؟

5. اگر آپ کے پاس ایک گھومنے والا پہیہ ہے جس پر 3 ہرے سیکٹر، 1 نیلا سیکٹر اور 1 لال سیکٹر ہیں۔ تو ہرا سیکٹر حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے؟ ایسا سیکٹر حاصل کرنے کا احتمال کیا ہے جو نیلا نہ ہو؟

6. سوال نمبر 2 میں دیے ہوئے وقوعوں کا احتمال معلوم کیجیے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1. ہمارے پاس زیادہ تر موجود اعداد وشمار جو غیر مرتب شکل میں ہوتے ہیں انھیں **خام اعداد وشمار** کہتے ہیں۔

2. کسی بھی اعداد وشمار سے معنی خیز نتیجہ نکالنے کے لیے ہمیں انھیں منظّم طریقہ سے ترتیب دینے کی ضرورت پڑتی ہے۔

3. **احتمال** اس عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کا جتنی مرتبہ کوئی خاص اندراج واقع ہوتا ہے۔

© NCERT not to be republished

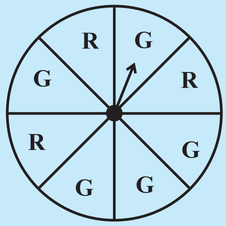
کوشش کیجیے

مان لیجیے کہ آپ پہیے کو گھماتے ہیں

1. (i) اس پہیے پر ہرا سیکٹر حاصل کرنے کے نتیجوں کی تعداد اور ہرا سیکٹر حاصل نہ ہونے کے نتیجوں کی تعداد لکھیے (شکل 5.11)

(ii) ہرا سیکٹر حاصل کرنے کا احتمال معلوم کیجیے۔

(iii) ہرا سیکٹر حاصل نہ ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔



شکل 5.11

5.5.5 حقیقی زندگی سے متعلق امکان اور احتمال

ہم نے اس امکان کی بات کی تھی کہ جس میں صرف اسی دن بارش ہوئی جب ہم برساتی کو ساتھ لے کر نہیں چلے تھے۔

آپ احتمال کی شکل میں امکان کے بارے میں کیا کہہ سکتے تھے؟ کیا بارش برسات کے موسم میں 10 دن میں سے 1 دن ہوسکتی ہے؟ تب بارش ہونے کا احتمال $\frac{1}{10}$ ہے۔ بارش نہ ہونے کا احتمال= $\frac{9}{10}$ ہے۔ (یہ تصور کرتے ہوئے کہ کسی دن بارش ہونا یا نہ ہونا مساوی امکانی ہے)۔

اصل زندگی کی مختلف حالتوں میں احتمال کا استعمال کیا جاتا ہے۔

1. ایک بڑے گروپ کی خصوصیات کو اس گروپ کے ایک چھوٹے حصہ کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کرنا۔

مثال کے طور پر، انتخابات کے دوران ایگزٹ پول کیا جاتا ہے۔ جس میں پورے شہر کے کسی بھی ایک انتخابی مرکز پر ووٹ دے کر آنے والوں سے ووٹ ڈالنے کے لیے کہا جاتا ہے۔ اس سے کسی امیدوار کی جیت کا اندازہ لگایا جاتا ہے اور اس بنیاد پر پیشین گوئی بھی کی جاتی ہے۔

2. محکمۂ موسمیات کے ذریعہ گذشتہ کئی سالوں کے اعداد وشمار کے رجحانات کو دیکھ کر موسم کے بارے میں پیشین گوئی کی جاتی ہے۔

مشق 5.3

1. ان تجربات میں آپ جو نتیجے دیکھ سکتے ہیں انھیں لکھیے؟

(a) پہیہ کو گھمانا

(b) دوسکّوں کو ایک ساتھ اچھالنا

© NCERT not to be republished

4. خام اعداد و شمار کے گروپ بنائے جاسکتے ہیں اور انھیں ایک منظّم طریقے سے گروپ تعدد بٹاؤ کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

5. مرتب اعداد و شمار کو **ہسٹو گرام** کی مدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ ہسٹو گرام ایک قسم کا بار گراف ہے جس میں افقی محور پر کلاس وقفوں کو دکھایا جاتا ہے اور باروں کی لمبائیاں کلاس وقفوں کا تعداد ظاہر کرتی ہیں۔ بار کے درمیان کوئی خالی جگہ نہیں ہوتی ہے کیوں کہ کلاس وقفوں میں کوئی خالی جگہ نہیں ہوتی ہے۔

6. اعداد و شمار کو **دائرہ گراف یا پائی چارٹ** کی مدد سے بھی پیش کیا جا سکتا ہے۔ ایک دائرہ گراف ایک مکمل اور اس کے حصوں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔

7. کچھ ایسے تجربے ہوتے ہیں جن میں نتیجوں کے آنے کا امکان برابر ہوتا ہے۔

8. ایک بلا منصوبہ **تجربہ** وہ تجربہ ہوتا ہے جس میں نتیجوں کی بالکل صحیح پیشین گوئی نہیں کی جا سکتی ہے۔

9. کسی تجربہ کے نتیجے **مساوی امکانی** ہوتے ہیں اگر ان کے آنے کا امکان برابر ہو۔

10. **ایک وقوعہ کا احتمال** $= \dfrac{\text{وقوعہ کو بنانے والے نتیجوں کی تعداد}}{\text{تجربہ کے نتیجوں کی کل تعداد}}$ ، اگر چہ نتیجے مساوی امکانی ہوتے ہیں۔

11. کسی تجربہ کے ایک یا اس سے زائد نتیجوں سے ایک **وقوعہ** بنتا ہے۔

12. امکانات اور احتمال کا اصل زندگی سے تعلق ہوتا ہے۔