

## उत्तरमाला

### प्रश्नावली 7.1

- |   |  |                                |
|---|--|--------------------------------|
| 1. $-\frac{1}{2}\cos 2x$  | 2. $\frac{1}{3}\sin 3x$  | 3. $\frac{1}{2}e^{2x}$         |
| 4. $\frac{1}{3a}(ax+b)^3$   | 5. $-\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{4}{3}e^{3x}$   | 6. $\frac{4}{3}e^{3x} + x + C$ |
| 7. $\frac{x^3}{3} - x + C$  | 8. $\frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx + C$  | 9. $\frac{2}{3}x^3 + e^x + C$  |
| 10. $\frac{x^2}{2} + \log x  - 2x + C$                              | 11. $\frac{x^2}{2} + 5x + \frac{4}{x} + C$   |                                |
| 12. $\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} + 8\sqrt{x} + C$ | 13. $\frac{x^3}{3} + x + C$  |                                |
| 14. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$   | 15. $\frac{6}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} + C$ |                                |
| 16. $x^2 - 3\sin x + e^x + C$                                       | 17. $\frac{2}{3}x^3 + 3\cos x + \frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$                     |                                |
| 18. $\tan x + \sec x + C$   | 19. $\tan x - x + C$   |                                |
| 20. $2 \tan x - 3 \sec x + C$                                       | 21. $C$  |                                |
| 22. $A$   |  |                                |

### प्रश्नावली 7.2

- |  |  |                             |
|--|--|-----------------------------|
| 1. $\log(1+x^2) + C$                       | 2. $\frac{1}{3}(\log x )^3 + C$  | 3. $\log 1+\log x  + C$     |
| 4. $\cos(\cos x) + C$                      | 5. $-\frac{1}{4a}\cos 2(ax+b) + C$                                       |                             |
| 6. $\frac{2}{3a}(ax+b)^{\frac{3}{2}} + C$  | 7. $\frac{2}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + C$ |                             |
| 8. $\frac{1}{6}(1+2x^2)^{\frac{3}{2}} + C$ | 9. $\frac{4}{3}(x^2+x+1)^{\frac{3}{2}} + C$                              | 10. $2\log \sqrt{x}-1  + C$ |
| 11. $\frac{2}{3}\sqrt{x+4}(x-8) + C$       |  |                             |

12.  $\frac{1}{7}(x^3-1)^{\frac{7}{3}} + \frac{1}{4}(x^3-1)^{\frac{4}{3}} + C$

13.  $-\frac{1}{18(2+3x^3)^2} + C$

14.  $\frac{(\log x)^{1-m}}{1-m} + C$

15.  $-\frac{1}{8} \log|9-4x^2| + C$

16.  $\frac{1}{2}e^{2x+3} + C$

17.  $-\frac{1}{2e^{x^2}} + C$

18.  $e^{\tan^{-1}x} + C$

19.  $\log(e^x + e^{-x}) + C$

20.  $\frac{1}{2} \log(e^{2x} + e^{-2x}) + C$

21.  $\frac{1}{2} \tan(2x-3) - x + C$

22.  $-\frac{1}{4} \tan(7-4x) + C$

23.  $\frac{1}{2}(\sin^{-1}x)^2 + C$

24.  $\frac{1}{2} \log|2\sin x + 3\cos x| + C$

25.  $\frac{1}{(1-\tan x)} + C$

26.  $2\sin\sqrt{x} + C$

27.  $\frac{1}{3}(\sin 2x)^{\frac{3}{2}} + C$

28.  $2\sqrt{1+\sin x} + C$

29.  $\frac{1}{2}(\log \sin x)^2 + C$

30.  $-\log|1+\cos x| + C$

31.  $\frac{1}{1+\cos x} + C$

32.  $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \log|\cos x + \sin x| + C$

33.  $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \log|\cos x - \sin x| + C$

34.  $2\sqrt{\tan x} + C$

35.  $\frac{1}{3}(1+\log x)^3 + C$

36.  $\frac{1}{3}(x+\log x)^3 + C$

37.  $-\frac{1}{4} \cos(\tan^{-1}x^4) + C$

38. D

39. B

### प्रश्नावली 7.3

1.  $\frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin(4x+10) + C$

2.  $-\frac{1}{14} \cos 7x + \frac{1}{2} \cos x + C$

3.  $\frac{1}{4} \left[ \frac{1}{12} \sin 12x + x + \frac{1}{8} \sin 8x + \frac{1}{4} \sin 4x \right] + C$

4.  $-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+\frac{1}{6}\cos^3(2x+1)+C$       5.  $\frac{1}{6}\cos^6 x-\frac{1}{4}\cos^4 x+C$
6.  $\frac{1}{4}\left[\frac{1}{6}\cos 6x-\frac{1}{4}\cos 4x-\frac{1}{2}\cos 2x\right]+C$
7.  $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}\sin 4x-\frac{1}{12}\sin 12x\right]+C$       8.  $2\tan\frac{x}{2}-x+C$
9.  $x-\tan\frac{x}{2}+C$       10.  $\frac{3x}{8}-\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+C$
11.  $\frac{3x}{8}+\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{64}\sin 8x+C$       12.  $x-\sin x+C$
13.  $2(\sin x+x\cos\alpha)+C$       14.  $-\frac{1}{\cos x+\sin x}+C$
15.  $\frac{1}{6}\sec^3 2x-\frac{1}{2}\sec 2x+C$       16.  $\frac{1}{3}\tan^3 x-\tan x+x+C$
17.  $\sec x-\operatorname{cosec} x+C$       18.  $\tan x+C$
19.  $\log|\tan x|+\frac{1}{2}\tan^2 x+C$       20.  $\log|\cos x+\sin x|+C$
21.  $\frac{\pi x}{2}-\frac{x^2}{2}+C$       22.  $\frac{1}{\sin(a-b)}\log\left|\frac{\cos(x-a)}{\cos(x-b)}\right|+C$
23. A      24. B

प्रश्नावली 7.4

1.  $\tan^{-1} x^3 + C$       2.  $\frac{1}{2}\log\left|2x+\sqrt{1+4x^2}\right|+C$
3.  $\log\left|\frac{1}{2-x+\sqrt{x^2-4x+5}}\right|+C$       4.  $\frac{1}{5}\sin^{-1}\frac{5x}{3}+C$
5.  $\frac{3}{2\sqrt{2}}\tan^{-1}\sqrt{2}x^2+C$       6.  $\frac{1}{6}\log\left|\frac{1+x^3}{1-x^3}\right|+C$

7.  $\sqrt{x^2-1} - \log|x+\sqrt{x^2-1}| + C$       8.  $\frac{1}{3}\log|x^3+\sqrt{x^6+a^6}| + C$
9.  $\log|\tan x + \sqrt{\tan^2 x + 4}| + C$       10.  $\log|x+1+\sqrt{x^2+2x+2}| + C$
11.  $\frac{1}{6}\tan^{-1}\frac{3x+1}{2} + C$       12.  $\sin^{-1}\frac{x+3}{4} + C$
13.  $\log\left|x-\frac{3}{2}+\sqrt{x^2-3x+2}\right| + C$       14.  $\sin^{-1}\frac{2x-3}{\sqrt{41}} + C$
15.  $\log\left|x-\frac{a+b}{2}+\sqrt{(x-a)(x-b)}\right| + C$
16.  $2\sqrt{2x^2+x-3} + C$       17.  $\sqrt{x^2-1} + 2\log|x+\sqrt{x^2-1}| + C$
18.  $\frac{5}{6}\log|3x^2+2x+1| - \frac{11}{3\sqrt{2}}\tan^{-1}\frac{3x+1}{\sqrt{2}} + C$
19.  $6\sqrt{x^2-9x+20} + 34\log\left|x-\frac{9}{2}+\sqrt{x^2-9x+20}\right| + C$
20.  $-\sqrt{4x-x^2} + 4\sin^{-1}\frac{x-2}{2} + C$
21.  $\sqrt{x^2+2x+3} + \log|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}| + C$
22.  $\frac{1}{2}\log|x^2-2x-5| + \frac{2}{\sqrt{6}}\log\left|\frac{x-1-\sqrt{6}}{x-1+\sqrt{6}}\right| + C$
23.  $5\sqrt{x^2+4x+10} - 7\log|x+2+\sqrt{x^2+4x+10}| + C$
24. B      25. B

### प्रश्नावली 7.5

1.  $\log\frac{(x+2)^2}{|x+1|} + C$       2.  $\frac{1}{6}\log\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + C$
3.  $\log|x-1| - 5\log|x-2| + 4\log|x-3| + C$

4.  $\frac{1}{2} \log|x-1| - 2 \log|x-2| + \frac{3}{2} \log|x-3| + C$
5.  $4 \log|x+2| - 2 \log|x+1| + C$       6.  $\frac{x}{2} + \log|x| - \frac{3}{4} \log|1-2x| + C$
7.  $\frac{1}{2} \log|x-1| - \frac{1}{4} \log(x^2+1) + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + C$
8.  $\frac{2}{9} \log \left| \frac{x-1}{x+2} \right| - \frac{1}{3(x-1)} + C$       9.  $\frac{1}{2} \log \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - \frac{4}{x-1} + C$
10.  $\frac{5}{2} \log|x+1| - \frac{1}{10} \log|x-1| - \frac{12}{5} \log|2x+3| + C$
11.  $\frac{5}{3} \log|x+1| - \frac{5}{2} \log|x+2| + \frac{5}{6} \log|x-2| + C$
12.  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \log|x+1| + \frac{3}{2} \log|x-1| + C$
13.  $-\log|x-1| + \frac{1}{2} \log(1+x^2) + \tan^{-1} x + C$
14.  $3 \log|x+2| - \frac{5}{x-2} + C$       15.  $\frac{1}{4} \log \left| \frac{x-1}{x+1} \right| - \frac{1}{2} \tan^{-1} x + C$
16.  $\frac{1}{n} \log \left| \frac{x^n}{x^n+1} \right| + C$       17.  $\log \left| \frac{2-\sin x}{1-\sin x} \right| + C$
18.  $x + \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{3}} - 3 \tan^{-1} \frac{x}{2} + C$       19.  $\frac{1}{2} \log \frac{x^2+1}{x^2+3} + C$
20.  $\frac{1}{4} \log \left| \frac{x^4-1}{x^4} \right| + C$       21.  $\log \left( \frac{e^x-1}{e^x} \right) + C$
22. B      23. A

**प्रश्नावली 7.6**

1.  $-x \cos x + \sin x + C$       2.  $-\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$
3.  $e^x (x^2 - 2x + 2) + C$       4.  $\frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + C$

5.  $\frac{x^2}{2} \log 2x - \frac{x^2}{4} + C$       6.  $\frac{x^3}{3} \log x - \frac{x^3}{9} + C$
7.  $\frac{1}{4} (2x^2 - 1) \sin^{-1} x + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + C$       8.  $\frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + C$
9.  $(2x^2 - 1) \frac{\cos^{-1} x}{4} - \frac{x}{4} \sqrt{1-x^2} + C$
10.  $(\sin^{-1} x)^2 x + 2\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x - 2x + C$
11.  $-\left[\sqrt{1-x^2} \cos^{-1} x + x\right] + C$       12.  $x \tan x + \log |\cos x| + C$
13.  $x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \log(1+x^2) + C$       14.  $\frac{x^2}{2} (\log x)^2 - \frac{x^2}{2} \log x + \frac{x^2}{4} + C$
15.  $\left(\frac{x^3}{3} + x\right) \log x - \frac{x^3}{9} - x + C$       16.  $e^x \sin x + C$
17.  $\frac{e^x}{1+x} + C$       18.  $e^x \tan \frac{x}{2} + C$
19.  $\frac{e^x}{x} + C$       20.  $\frac{e^x}{(x-1)^2} + C$
21.  $\frac{e^{2x}}{5} (2 \sin x - \cos x) + C$       22.  $2x \tan^{-1} x - \log(1+x^2) + C$
23. A      24. B

### प्रश्नावली 7.7

1.  $\frac{1}{2} x \sqrt{4-x^2} + 2 \sin^{-1} \frac{x}{2} + C$       2.  $\frac{1}{4} \sin^{-1} 2x + \frac{1}{2} x \sqrt{1-4x^2} + C$
3.  $\frac{(x+2)}{2} \sqrt{x^2+4x+6} + \log \left| x+2 + \sqrt{x^2+4x+6} \right| + C$
4.  $\frac{(x+2)}{2} \sqrt{x^2+4x+1} - \frac{3}{2} \log \left| x+2 + \sqrt{x^2+4x+1} \right| + C$
5.  $\frac{5}{2} \sin^{-1} \left( \frac{x+2}{\sqrt{5}} \right) + \frac{x+2}{2} \sqrt{1-4x-x^2} + C$



17.  $\frac{\pi^4}{1024} + \frac{\pi}{2} + 2$

18. 0

19.  $3\log 2 + \frac{3\pi}{8}$

20.  $1 + \frac{4}{\pi} - \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

21. D

22. C

## प्रश्नावली 7.10

1.  $\frac{1}{2}\log 2$

2.  $\frac{64}{231}$

3.  $\frac{\pi}{2} - \log 2$

4.  $\frac{16\sqrt{2}}{15}(\sqrt{2}+1)$

5.  $\frac{\pi}{4}$

6.  $\frac{1}{\sqrt{17}}\log \frac{21+5\sqrt{17}}{4}$

7.  $\frac{\pi}{8}$

8.  $\frac{e^2(e^2-2)}{4}$

9. D

10. B

## प्रश्नावली 7.11

1.  $\frac{\pi}{4}$

2.  $\frac{\pi}{4}$

3.  $\frac{\pi}{4}$

4.  $\frac{\pi}{4}$

5. 29

6. 9

7.  $\frac{1}{(n+1)(n+2)}$

8.  $\frac{\pi}{8}\log 2$

9.  $\frac{16\sqrt{2}}{15}$

10.  $\frac{\pi}{2}\log \frac{1}{2}$

11.  $\frac{\pi}{2}$

12.  $\pi$

13. 0

14. 0

15. 0

16.  $-\pi \log 2$

17.  $\frac{a}{2}$

18. 5

20. C

21. C

## अध्याय 7 पर विविध प्रश्नावली

1.  $\frac{1}{2}\log \left| \frac{x^2}{1-x^2} \right| + C$

2.  $\frac{2}{3(a-b)} \left[ (x+a)^{\frac{3}{2}} - (x+b)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

3.  $-\frac{2}{a}\sqrt{\frac{(a-x)}{x}} + C$

4.  $-\left(1 + \frac{1}{x^4}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

5.  $2\sqrt{x} - 3x^{\frac{1}{3}} + 6x^{\frac{1}{6}} - 6\log(1+x^{\frac{1}{6}}) + C$
6.  $-\frac{1}{2}\log|x+1| + \frac{1}{4}\log(x^2+9) + \frac{3}{2}\tan^{-1}\frac{x}{3} + C$
7.  $\sin a \log|\sin(x-a)| + x \cos a + C$
8.  $\frac{x^3}{3} + C$
9.  $\sin^{-1}\left(\frac{\sin x}{2}\right) + C$
10.  $-\frac{1}{2}\sin 2x + C$
11.  $\frac{1}{\sin(a-b)} \log\left|\frac{\cos(x+b)}{\cos(x+a)}\right| + C$
12.  $\frac{1}{4}\sin^{-1}(x^4) + C$
13.  $\log\left(\frac{1+e^x}{2+e^x}\right) + C$
14.  $\frac{1}{3}\tan^{-1}x - \frac{1}{6}\tan^{-1}\frac{x}{2} + C$
15.  $-\frac{1}{4}\cos^4 x + C$
16.  $\frac{1}{4}\log(x^4+1) + C$
17.  $\frac{[f(ax+b)]^{n+1}}{a(n+1)} + C$
18.  $\frac{-2}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{\sin(x+\alpha)}{\sin x}} + C$
19.  $\frac{2(2x-1)}{\pi} \sin^{-1}\sqrt{x} + \frac{2\sqrt{x-x^2}}{\pi} - x + C$
20.  $-2\sqrt{1-x} + \cos^{-1}\sqrt{x} + \sqrt{x-x^2} + C$
21.  $e^x \tan x + C$
22.  $-2\log|x+1| - \frac{1}{x+1} + 3\log|x+2| + C$
23.  $\frac{1}{2}\left[x \cos^{-1}x - \sqrt{1-x^2}\right] + C$
24.  $-\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{\frac{3}{2}}\left[\log\left(1+\frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{3}\right] + C$
25.  $e^{\frac{\pi}{2}}$
26.  $\frac{\pi}{8}$
27.  $\frac{\pi}{6}$
28.  $2\sin^{-1}\frac{(\sqrt{3}-1)}{2}$
29.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
30.  $\frac{1}{40}\log 9$
31.  $\frac{\pi}{2} - 1$
32.  $\frac{\pi}{2}(\pi - 2)$

33.  $\frac{19}{2}$

41. A

43. D

40.  $\frac{1}{3}\left(e^2 - \frac{1}{e}\right)$

42. B

44. B

## प्रश्नावली 8.1

1.  $\frac{14}{3}$

2.  $16 - 4\sqrt{2}$

3.  $\frac{32 - 8\sqrt{2}}{3}$

4.  $12\pi$

5.  $6\pi$

6.  $\frac{\pi}{3}$

7.  $\frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

8.  $(4)^{\frac{2}{3}}$

9.  $\frac{1}{3}$

10.  $\frac{9}{8}$

11.  $8\sqrt{3}$

12. A

13. B

## प्रश्नावली 8.2

1.  $\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3}$

2.  $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3.  $\frac{21}{2}$

4. 4

5. 8

6. B

7. B

## अध्याय 8 पर विविध प्रश्नावली

1. (i)  $\frac{7}{3}$

(ii) 624.8

2.  $\frac{1}{6}$

3.  $\frac{7}{3}$

4. 9

5. 4

6.  $\frac{8a^2}{3m^3}$

7. 27

8.  $\frac{3}{2}(\pi - 2)$

9.  $\frac{ab}{4}(\pi-2)$       10.  $\frac{5}{6}$       11. 2      12.  $\frac{1}{3}$   
 13. 7      14.  $\frac{7}{2}$       15.  $\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3\sqrt{2}}$   
 16. D      17. C      18. C      19. B

### प्रश्नावली 9.1

1. कोटि 4; घात परिभाषित नहीं  
 2. कोटि 1; घात 1  
 3. कोटि 2; घात 1  
 4. कोटि 2; घात परिभाषित नहीं  
 5. कोटि 2; घात 1  
 6. कोटि 3; घात 2  
 7. कोटि 3; घात 1  
 8. कोटि 1; घात 1  
 9. कोटि 2; घात 1  
 10. कोटि 2; घात 1  
 11. D      12. A

### प्रश्नावली 9.2

11. D      12. D

### प्रश्नावली 9.3

1.  $y'' = 0$       2.  $xy y'' + x(y')^2 - y y' = 0$   
 3.  $y'' - y' - 6y = 0$       4.  $y'' - 4y' + 4y = 0$   
 5.  $y'' - 2y' + 2y = 0$       6.  $2xyy' + x^2 = y^2$   
 7.  $xy' - 2y = 0$       8.  $xyy'' + x(y')^2 - yy' = 0$   
 9.  $xyy'' + x(y')^2 - yy' = 0$       10.  $(x^2 - 9)(y')^2 + x^2 = 0$   
 11. B      12. C

### प्रश्नावली 9.4

1.  $y = 2 \tan \frac{x}{2} - x + C$       2.  $y = 2 \sin(x + C)$   
 3.  $y = 1 + Ae^{-x}$       4.  $\tan x \tan y = C$   
 5.  $y = \log(e^x + e^{-x}) + C$       6.  $\tan^{-1}y = x + \frac{x^3}{3} + C$



## प्रश्नावली 9.6

1.  $y = \frac{1}{5} (2\sin x - \cos x) + C e^{-2x}$
2.  $y = e^{-2x} + C e^{-3x}$
3.  $xy = \frac{x^4}{4} + C$
4.  $y(\sec x + \tan x) = \sec x + \tan x - x + C$
5.  $y = (\tan x - 1) + C e^{-\tan x}$
6.  $y = \frac{x^2}{16} (4\log|x| - 1) + C x^{-2}$
7.  $y \log x = \frac{-2}{x} (1 + \log|x|) + C$
8.  $y = (1+x^2)^{-1} \log|\sin x| + C(1+x^2)^{-1}$
9.  $y = \frac{1}{x} - \cot x + \frac{C}{x \sin x}$
10.  $(x + y + 1) = C e^y$
11.  $x = \frac{y^2}{3} + \frac{C}{y}$
12.  $x = 3y^2 + Cy$
13.  $y = \cos x - 2 \cos^2 x$
14.  $y(1+x^2) = \tan^{-1} x - \frac{\pi}{4}$
15.  $y = 4 \sin^3 x - 2 \sin^2 x$
16.  $x + y + 1 = e^x$
17.  $y = 4 - x - 2 e^x$
18. C
19. D

## अध्याय 9 पर विविध प्रश्नावली

1. (i) कोटि 2; घात 1 (ii) कोटि 1; घात 3  
(iii) कोटि 4; घात परिभाषित नहीं
3.  $y' = \frac{2y^2 - x^2}{4xy}$
5.  $(x + yy')^2 = (x - y)^2 (1 + (y')^2)$
6.  $\sin^{-1} y + \sin^{-1} x = C$
8.  $\cos y = \frac{\sec x}{\sqrt{2}}$
9.  $\tan^{-1} y + \tan^{-1}(e^x) = \frac{\pi}{2}$
10.  $e^{\frac{x}{y}} = y + C$
11.  $\log|x - y| = x + y + 1$
12.  $y e^{2\sqrt{x}} = (2\sqrt{x} + C)$
13.  $y \sin x = 2x^2 - \frac{\pi^2}{2} (\sin x \neq 0)$
14.  $y = \log \left| \frac{2x+1}{x+1} \right|, x \neq -1$

15. 31250

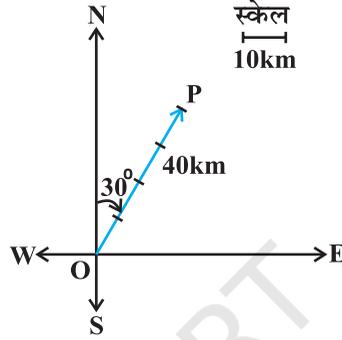
16. C

17. C

18. C

### प्रश्नावली 10.1

1. संलग्न आकृति में, सदिश  $\vec{OP}$  वांछित विस्थापन को निरूपित करता है।



2. (i) अदिश (ii) सदिश (iii) अदिश (iv) अदिश (v) अदिश  
(vi) सदिश
3. (i) अदिश (ii) अदिश (iii) सदिश (iv) सदिश (v) अदिश
4. (i) सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  सह-अदिम हैं।  
(ii) सदिश  $\vec{b}$  और  $\vec{d}$  समान है।  
(iii) सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{c}$  सरेख है परंतु समान नहीं हैं।
5. (i) सत्य (ii) असत्य (iii) असत्य (iv) असत्य

### प्रश्नावली 10.2

1.  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{62}$ ,  $|\vec{c}| = 1$
2. संभावित उत्तरों की संख्या अनंत है।
3. संभावित उत्तरों की संख्या अनंत है।
4.  $x = 2$ ,  $y = 3$
5.  $-7$  और  $6$ ;  $-7\hat{i}$  और  $6\hat{j}$
6.  $-4\hat{j} - \hat{k}$
7.  $\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{j} + \frac{2}{\sqrt{6}}\hat{k}$
8.  $\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$
9.  $\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}$

10.  $\frac{40}{\sqrt{30}}\hat{i} - \frac{8}{\sqrt{30}}\hat{j} + \frac{16}{\sqrt{30}}\hat{k}$       12.  $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$
13.  $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$       15. (i)  $-\frac{1}{3}\hat{i} + \frac{4}{3}\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$  (ii)  $-3\hat{i} + 3\hat{k}$
16.  $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$       18. (C)      19. (B), (C), (D)

### प्रश्नावली 10.3

1.  $\frac{\pi}{4}$       2.  $\cos^{-1}\left(\frac{5}{7}\right)$       3. 0
4.  $\frac{60}{\sqrt{114}}$       6.  $\frac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}, \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}$       7.  $6|\vec{a}|^2 + 11\vec{a}\cdot\vec{b} - 35|\vec{b}|^2$
8.  $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=1$       9.  $\sqrt{13}$       10. 8
12. सदिश  $\vec{b}$  कोई भी सदिश हो सकता है।      13.  $-\frac{3}{2}$
14. कोई भी दो ऋणेतर और परस्पर लंबवत् सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  को लीजिए
15.  $\cos^{-1}\left(\frac{10}{\sqrt{102}}\right)$       18. (D)

### प्रश्नावली 10.4

1.  $19\sqrt{2}$       2.  $\pm\frac{2}{3}\hat{i} \mp \frac{2}{3}\hat{j} \mp \frac{1}{3}\hat{k}$       3.  $\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$
5.  $3, \frac{27}{2}$       6. या  $|\vec{a}|=0$  या  $|\vec{b}|=0$
8. नहीं; कोई भी शून्येतर सरेख सदिशों को लीजिए।
9.  $\frac{\sqrt{61}}{2}$       10.  $15\sqrt{2}$       11. (B)      12. (C)

### अध्याय 10 पर विविध प्रश्नावली

1.  $\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}$
2.  $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1; \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

3.  $\frac{-5}{2}\hat{i} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\hat{j}$
4. नहीं;  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  को त्रिभुज की तीनों भुजाओं को निरूपित करते हुए लीजिए।
5.  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$       6.  $\frac{3}{2}\sqrt{10}\hat{i} + \frac{\sqrt{10}}{2}\hat{j}$       7.  $\frac{3}{\sqrt{22}}\hat{i} - \frac{3}{\sqrt{22}}\hat{j} + \frac{2}{\sqrt{22}}\hat{k}$
8. 2 : 3      9.  $3\vec{a} + 5\vec{b}$       10.  $\frac{1}{7}(3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}); 11\sqrt{5}$
12.  $\frac{1}{3}(160\hat{i} - 5\hat{j} - 70\hat{k})$       13.  $\lambda = 1$       16. (B)
17. (D)      18. (C)      19. (B)

### प्रश्नावली 11.1

1.  $0, \frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$       2.  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$       3.  $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$
5.  $\frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{3}{17}; \frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{-3}{\sqrt{17}}, \frac{-2}{\sqrt{17}}; \frac{4}{\sqrt{42}}, \frac{5}{\sqrt{42}}, \frac{-1}{\sqrt{42}}$

### प्रश्नावली 11.2

4.  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$  जहाँ  $\lambda$  एक वास्तविक संख्या है।
5.  $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$  और कार्तीय रूप  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$  है।
6.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+5}{6}$
7.  $\vec{r} = (5\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 7\hat{j} + 2\hat{k})$
8. रेखा का सदिश समीकरण :  $\vec{r} = \lambda(5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k});$   
रेखा का कार्तीय समीकरण :  $\frac{x}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$
9. रेखा का सदिश समीकरण :  $\vec{r} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(11\hat{k})$   
रेखा का कार्तीय समीकरण :  $\frac{x-3}{0} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+5}{11}$

10. (i)  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{19}{21}\right)$ , (ii)  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{8}{5\sqrt{3}}\right)$

11. (i)  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{26}{9\sqrt{38}}\right)$  (ii)  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

12.  $p = \frac{70}{11}$

14.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

15.  $2\sqrt{29}$

16.  $\frac{3}{\sqrt{19}}$

17.  $\frac{8}{\sqrt{29}}$

**प्रश्नावली 11.3**

1. (a) 0, 0, 1; 2

(b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$

(c)  $\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}; \frac{5}{\sqrt{14}}$

(d) 0, 1, 0;  $\frac{8}{5}$

2.  $\vec{r} \cdot \left(\frac{3\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}}{\sqrt{70}}\right) = 7$

3. (a)  $x + y - z = 2$

(b)  $2x + 3y - 4z = 1$

(c)  $(s - 2t)x + (3 - t)y + (2s + t)z = 15$

4. (a)  $\left(\frac{24}{29}, \frac{36}{29}, \frac{48}{29}\right)$

(b)  $\left(0, \frac{18}{25}, \frac{24}{25}\right)$

(c)  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(d)  $\left(0, \frac{-8}{5}, 0\right)$

5. (a)  $[\vec{r} - (\hat{i} - 2\hat{k})] \cdot (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 0; x + y - z = 3$

(b)  $[\vec{r} - (\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k})] \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) = 0; x - 2y + z + 1 = 0$

6. (a) बिंदु सरेख हैं। दिए गए बिंदुओं से जाने वाले तलों की संख्या अनंत होगी।

(b)  $2x + 3y - 3z = 5$

7.  $\frac{5}{2}, 5, -5$

8.  $y = 3$

9.  $7x - 5y + 4z - 8 = 0$

10.  $\vec{r} \cdot (38\hat{i} + 68\hat{j} + 3\hat{k}) = 153$

11.  $x - z + 2 = 0$

12.  $\cos^{-1}\left(\frac{15}{\sqrt{731}}\right)$

13. (a)  $\cos^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$  (b) तल आपस में लंबवत् हैं।  
 (c) तल आपस में समांतर हैं। (d) तल आपस में समांतर हैं।  
 (e)  $45^\circ$
14. (a)  $\frac{3}{13}$  (b)  $\frac{13}{3}$   
 (c) 3 (d) 2

### अध्याय 11 पर विविध प्रश्नावली

3.  $90^\circ$  4.  $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}$  5.  $0^\circ$
6.  $k = \frac{-10}{7}$  7.  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k})$
8.  $x + y + z = a + b + c$  9. 9
10.  $\left(0, \frac{17}{2}, \frac{-13}{2}\right)$  11.  $\left(\frac{17}{3}, 0, \frac{23}{3}\right)$  12.  $(1, -2, 7)$
13.  $7x - 8y + 3z + 25 = 0$  14.  $p = \frac{3}{2}$  अथवा  $\frac{11}{6}$
15.  $y - 3z + 6 = 0$  16.  $x + 2y - 3z - 14 = 0$
17.  $33x + 45y + 50z - 41 = 0$  18. 13
19.  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(-3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k})$
20.  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  22. D
23. B

#### प्रश्नावली 12.1

1.  $(0, 4)$  पर अधिकतम  $Z = 16$   
 2.  $(4, 0)$  पर न्यूनतम  $Z = -12$   
 3.  $\left(\frac{20}{19}, \frac{45}{19}\right)$  पर अधिकतम  $Z = \frac{235}{19}$   
 4.  $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$  पर न्यूनतम  $Z = 7$

5. (4, 3) पर अधिकतम  $Z = 18$
6. (6, 0) और (0, 3) को मिलाने वाली रेखा खंड पर स्थित सभी बिंदुओं पर न्यूनतम  $Z = 6$ .
7. (60, 0) पर न्यूनतम  $Z = 300$ ;  
(120, 0) और (60, 30) को मिलाने वाली रेखा खंड पर स्थित सभी बिंदुओं पर अधिकतम  $Z = 600$ ;
8. (0, 50) और (20, 40) को मिलाने वाली रेखाखंड पर स्थित सभी बिंदुओं पर न्यूनतम  $Z = 100$ .  
(0, 200) पर अधिकतम  $Z = 400$
9.  $Z$  का कोई अधिकतम मान नहीं है।
10. चूँकि कोई सुसंगत क्षेत्र नहीं है अतः  $Z$  का अधिकतम मान नहीं है।

### प्रश्नावली 12.2

1.  $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$  और  $\left(2, \frac{1}{2}\right)$  को मिलाने वाली रेखा खंड के सभी बिंदुओं पर न्यूनतम मूल्य = Rs 160 .
2. केकों की अधिकतम संख्या = 30 एक प्रकार की तथा 10 अन्य प्रकार की हैं।
3. (i) 4 टेनिस रैकट तथा 12 क्रिकेट बल्ले  
(ii) अधिकतम लाभ = Rs 200
4. नट के तीन पैकिट तथा वोल्ट के तीन पैकिट; अधिकतम लाभ = Rs 73.50.
5. 30 पैकिट A प्रकार के पेंच तथा 20 पैकिट B प्रकार की पेंचो के तथा अधिकतम लाभ = Rs 410
6. 4 आधार लैप और 4 काठ का ढक्कन; अधिकतम लाभ = Rs 32
7. A प्रकार के 8 स्मृति चिह्न तथा B प्रकार के 20 स्मृति चिह्न; अधिकतम लाभ = Rs 160.
8. 200 डेस्कटॉप के नमूने तथा 50 पोर्टेबल नमूने; अधिकतम लाभ = Rs 1150000.
9.  $Z = 4x + 6y$  का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि  $3x + 6y \geq 80$ ,  $4x + 3y \geq 100$ ,  $x \geq 0$  और  $y \geq 0$ , जहाँ  $x$  और  $y$  क्रमशः भोज्य  $F_1$  और  $F_2$  की इकाईयों को दर्शाते हैं; न्यूनतम मूल्य = Rs 104
10. उर्वरक  $F_1$  के 100 kg और उर्वरक  $F_2$  के 80 kg; न्यूनतम मूल्य = Rs 1000
11. (D)

### अध्याय 12 पर विविध प्रश्नावली

1. 40 पैकिट भोज्य P के और 15 पैकिट भोज्य Q के; विटामिन A की अधिकतम मात्रा = 285 इकाई
2. P प्रकार के 3 थैले और Q प्रकार के 6 थैले; मिश्रण का न्यूनतम मूल्य = Rs 1950
3. मिश्रण का न्यूनतम मूल्य Rs 112 (भोज्य X का 2 kg तथा भोज्य Y का 4 kg).
5. प्रथम श्रेणी के 40 टिकट तथा साधारण श्रेणी के 160 टिकट; अधिकतम लाभ = Rs 136000.
6. A से : 10, 50 और 40 इकाईयाँ; B से : 50, 0 और 0 इकाईयाँ क्रमशः D, E और F को भेजी जाती है तथा न्यूनतम मूल्य = Rs 510
7. A से : 500, 3000 और 3500 लीटर; B से: 4000, 0 और 0 लीटर तेल क्रमशः D, E और F को भेजी जाती है तथा न्यूनतम मूल्य = Rs 4400
8. P प्रकार के 40 थैले और Q प्रकार के 100 थैले; नाइट्रोजन की न्यूनतम मात्रा = 470 kg.
9. P प्रकार के 140 थैले और Q प्रकार के 50 थैले; नाइट्रोजन की अधिकतम मात्रा = 595 kg.
10. A प्रकार की 800 गुड़ियाँ और B प्रकार की 400 गुड़ियाँ; अधिकतम लाभ = Rs 16000

#### प्रश्नावली 13.1

1.  $P(E|F) = \frac{2}{3}$ ,  $P(F|E) = \frac{1}{3}$
2.  $P(A|B) = \frac{16}{25}$
3. (i) 0.32 (ii) 0.64 (iii) 0.98
4.  $\frac{11}{26}$
5. (i)  $\frac{4}{11}$  (ii)  $\frac{4}{5}$  (iii)  $\frac{2}{3}$
6. (i)  $\frac{1}{2}$  (ii)  $\frac{3}{7}$  (iii)  $\frac{6}{7}$
7. (i) 1 (ii) 0
8.  $\frac{1}{6}$  9. 1 10. (a)  $\frac{1}{3}$ , (b)  $\frac{1}{9}$
11. (i)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  (ii)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$  (iii)  $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$

12. (i)  $\frac{1}{2}$

(ii)  $\frac{1}{3}$

13.  $\frac{5}{9}$

14.  $\frac{1}{15}$

15. 0

16. C

17. D

## प्रश्नावली 13.2

1.  $\frac{3}{25}$

2.  $\frac{25}{102}$

3.  $\frac{44}{91}$

4. A और B परस्पर स्वतंत्र हैं।

5. A और B परस्पर स्वतंत्र नहीं हैं।

6. E और F परस्पर स्वतंत्र नहीं हैं।

7. (i)  $p = \frac{1}{10}$

(ii)  $p = \frac{1}{5}$

8. (i) 0.12

(ii) 0.58

(iii) 0.3

(iv) 0.4

9.  $\frac{3}{8}$

10. A और B परस्पर स्वतंत्र नहीं हैं।

11. (i) 0.18

(ii) 0.12

(iii) 0.72

(iv) 0.28

12.  $\frac{7}{8}$

13. (i)  $\frac{16}{81}$ , (ii)  $\frac{20}{81}$ , (iii)  $\frac{40}{81}$

14. (i)  $\frac{2}{3}$ , (ii)  $\frac{1}{2}$

15. (i), (ii)

16. (a)  $\frac{1}{5}$ , (b)  $\frac{1}{3}$ , (c)  $\frac{1}{2}$

17. D

18. B

## प्रश्नावली 13.3

1.  $\frac{1}{2}$

2.  $\frac{2}{3}$

3.  $\frac{9}{13}$

4.  $\frac{12}{13}$

5.  $\frac{22}{133}$

6.  $\frac{4}{9}$

7.  $\frac{1}{52}$

8.  $\frac{1}{4}$

9.  $\frac{2}{9}$

10.  $\frac{8}{11}$

11.  $\frac{5}{34}$

12.  $\frac{11}{50}$

13. A

14. C

## प्रश्नावली 13.4

1. (ii), (iii) और (iv)

2.  $X = 0, 1, 2$ ; हॉ3.  $X = 6, 4, 2, 0$ 

4. (i)

X	0	1	2
P(X)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(ii)

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

(iii)

X	0	1	2	3	4
P(X)	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

5. (i)

X	0	1	2
P(X)	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

(ii)

X	0	1
P(X)	$\frac{25}{36}$	$\frac{11}{36}$

6.

X	0	1	2	3	4
P(X)	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$	$\frac{1}{625}$

7.

X	0	1	2
P(X)	$\frac{9}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{1}{16}$

8. (i)  $k = \frac{1}{10}$ (ii)  $P(X < 3) = \frac{3}{10}$ (iii)  $P(X > 6) = \frac{17}{100}$ (iv)  $P(0 < X < 3) = \frac{3}{10}$

9. (a)  $k = \frac{1}{6}$  (b)  $P(X < 2) = \frac{1}{2}$ ,  $P(X \leq 2) = 1$ ,  $P(X \geq 2) = \frac{1}{2}$

10. 1.5                      11.  $\frac{1}{3}$                       12.  $\frac{14}{3}$

13.  $\text{Var}(X) = 5.833$ ,  $\text{S.D} = 2.415$

14.

X	14	15	16	17	18	19	20	21
P(X)	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$

माध्य = 17.53,  $\text{Var}(X) = 4.78$  और  $\text{S.D}(X) = 2.19$

15.  $E(X) = 0.7$  और  $\text{Var}(X) = 0.21$                       16. B                      17. D

**प्रश्नावली 13.5**

1. (i)  $\frac{3}{32}$                       (ii)  $\frac{7}{64}$                       (iii)  $\frac{63}{64}$

2.  $\frac{25}{216}$                       3.  $\left(\frac{29}{20}\right)\left(\frac{19}{20}\right)^9$

4. (i)  $\frac{1}{1024}$                       (ii)  $\frac{45}{512}$                       (iii)  $\frac{243}{1024}$

5. (i)  $(0.95)^5$                       (ii)  $(0.95)^4 \times 1.2$                       (iii)  $1 - (0.95)^4 \times 1.2$   
 (iv)  $1 - (0.95)^5$

6.  $\left(\frac{9}{10}\right)^4$                       7.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{20} [20C_{12} + 20C_{13} + \dots + 20C_{20}]$

9.  $\frac{11}{243}$

10. (a)  $1 - \left(\frac{99}{100}\right)^{50}$                       (b)  $\frac{1}{2} \left(\frac{99}{100}\right)^{49}$                       (c)  $1 - \frac{149}{100} \left(\frac{99}{100}\right)^{49}$

11.  $\frac{7}{12} \left(\frac{5}{6}\right)^5$                       12.  $\frac{35}{18} \left(\frac{5}{6}\right)^4$                       13.  $\frac{22 \times 9^3}{10^{11}}$

14. C                      15. A

## अध्याय 13 पर विविध प्रश्नावली

1. (i) 1 (ii) 0
2. (i)  $\frac{1}{3}$  (ii)  $\frac{1}{2}$
3.  $\frac{20}{21}$  4.  $1 - \sum_{r=7}^{10} {}^{10}C_r (0.9)^r (0.1)^{10-r}$
5. (i)  $\left(\frac{2}{5}\right)^6$  (ii)  $7\left(\frac{2}{5}\right)^4$  (iii)  $1 - \left(\frac{2}{5}\right)^6$  (iv)  $\frac{864}{3125}$
6.  $\frac{5^{10}}{2 \times 6^9}$  7.  $\frac{625}{23328}$  8.  $\frac{2}{7}$
9.  $\frac{31}{9} \left(\frac{2}{3}\right)^4$  10.  $n \geq 4$  11.  $\frac{-91}{54}$
12.  $\frac{1}{15}, \frac{2}{5}, \frac{8}{15}$  13.  $\frac{14}{29}$  14.  $\frac{3}{16}$
15. (i) 0.5 (ii) 0.05 16.  $\frac{16}{31}$
17. A 18. C 19. B



## पूरक पाठ्य सामग्री

### अध्याय 7

#### 7.6.3. $\int (px + q)\sqrt{ax^2 + bx + c} dx$ .

हम अचर A और B इस प्रकार चुनते हैं कि

$$\begin{aligned} px + q &= A \frac{d}{dx}(ax^2 + bx + c) + B \\ &= A(2ax + b) + B \end{aligned}$$

दोनों पक्षों में  $x$  के गुणांकों और अचर पदों की तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है—

$$2aA = p \text{ और } Ab + B = q$$

इन समीकरणों को हल करने पर, A और B के मान प्राप्त हो जाते हैं। इस प्रकार, समाकल निम्न में परिवर्तित हो जाता है—

$$\begin{aligned} A (2ax + b)\sqrt{ax^2 + bx + c} dx + B \sqrt{ax^2 + bx + c} dx \\ = AI_1 + BI_2, \text{ जहाँ} \end{aligned}$$

$$I_1 = (2ax + b)\sqrt{ax^2 + bx + c} dx \text{ है।}$$

$ax^2 + bx + c = t$ , रखिए। तब,  $(2ax + b)dx = dt$  है।

$$\text{अतः, } I_1 = \frac{2}{3}(ax^2 + bx + c)^{\frac{3}{2}} + C_1$$

$$\text{इसी प्रकार, } I_2 = \int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$$

पाठ्य पुस्तक के पृष्ठ 328 पर 7.6.2 में चर्चा किए गए समाकल सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात किया जाता है।

इस प्रकार,  $(px+q)\sqrt{ax^2+bx+c} dx$  का मान अंततः ज्ञात कर लिया जाता है।

**उदाहरण 25**  $x\sqrt{1+x-x^2} dx$  ज्ञात कीजिए।

**हल** उपर दर्शाए गई विधि अपनाते हुए, हम लिखते हैं—

$$\begin{aligned}x &= A \frac{d}{dx}(1+x-x^2) + B \\ &= A(1-2x) + B\end{aligned}$$

दोनों पक्षों में,  $x$  के गुणांकों और अचर पदों को बराबर करने पर, हमें  $-2A=1$  और  $A+B=0$  प्राप्त होता है।

इन समीकरणों को हल करने पर, हम  $A = -\frac{1}{2}$  और  $B = \frac{1}{2}$  प्राप्त करते हैं। इस प्रकार, समाकल निम्न में परावर्तित हो जाता है—

$$\begin{aligned}x\sqrt{1+x-x^2} dx &= -\frac{1}{2}(1-2x)\sqrt{1+x-x^2} dx + \frac{1}{2}\sqrt{1+x-x^2} dx \\ &= -\frac{1}{2}I_1 + \frac{1}{2}I_2\end{aligned}\quad (1)$$

$I_1 = (1-2x)\sqrt{1+x-x^2} dx$  पर विचार कीजिए।

$1+x-x^2 = t$  रखिए। तब,  $(1-2x)dx = dt$  है।

$$\begin{aligned}\text{इस प्रकार, } I_1 &= (1-2x)\sqrt{1+x-x^2} dx = t^{\frac{1}{2}} dt = \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + C_1 \\ &= \frac{2}{3}(1+x-x^2)^{\frac{3}{2}} + C_1, \text{ जहाँ } C_1 \text{ कोई अचर है।}\end{aligned}$$

आगे,  $I_2 = \sqrt{1+x-x^2} dx$  पर विचार कीजिए।

$$\text{यह समाकल} = \sqrt{\frac{5}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2} dx$$

$x - \frac{1}{2} = t$  रखिए। तब,  $dx = dt$  है।

$$\text{अतः, } I_2 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - t^2} dt$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}t\sqrt{\frac{5}{4}-t^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{4}\sin^{-1}\frac{2t}{\sqrt{5}} + C_2 \\
 &= \frac{1}{2}\frac{(2x-1)}{2}\sqrt{\frac{5}{4}-(x-\frac{1}{2})^2} + \frac{5}{8}\sin^{-1}\frac{2x-1}{\sqrt{5}} + C_2 \\
 &= \frac{1}{4}(2x-1)\sqrt{1+x-x^2} + \frac{5}{8}\sin^{-1}\frac{2x-1}{\sqrt{5}} + C_2,
 \end{aligned}$$

जहाँ  $C_2$  कोई अचर है।

(1) में  $I_1$  और  $I_2$  के मान रखने पर, हमें प्राप्त होता है—

$$\begin{aligned}
 x\sqrt{1+x-x^2} dx &= -\frac{1}{3}(1+x-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{8}(2x-1)\sqrt{1+x-x^2} \\
 &\quad + \frac{5}{16}\sin^{-1}\frac{2x-1}{\sqrt{5}} + C, \text{ जहाँ}
 \end{aligned}$$

$$C = -\frac{C_1+C_2}{2} \text{ एक अन्य अचर है।}$$

प्रश्नावली 7.7 के अंत में, निम्नलिखित प्रश्न सम्मिलित कीजिए

12.  $x\sqrt{x+x^2}$

13.  $(x+1)\sqrt{2x^2+3}$

14.  $(x+3)\sqrt{3-4x-x^2}$

उत्तर

12.  $\frac{1}{3}(x^2+x)^{\frac{3}{2}} - \frac{(2x+1)\sqrt{x^2+x}}{8} + \frac{1}{16}\log|x+\frac{1}{2}+\sqrt{x^2+x}| + C$

13.  $\frac{1}{6}(2x^2+3)^{\frac{3}{2}} + \frac{x}{2}\sqrt{2x^2+3} + \frac{3\sqrt{2}}{4}\log\left|x+\sqrt{x^2+\frac{3}{2}}\right| + C$

14.  $-\frac{1}{3}(3-4x-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}\sin^{-1}\frac{x+2}{\sqrt{7}} + \frac{(x+2)\sqrt{3-4x-x^2}}{2} + C$

## अध्याय 10

## 10.7 अदिश त्रिक गुणनफल

मान लीजिए कि  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  कोई तीन सदिश हैं।  $\vec{a}$  और  $(\vec{b} \times \vec{c})$  के अदिश गुणनफल, अर्थात्  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  को  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  का इसी क्रम में अदिश त्रिक गुणनफल कहते हैं। इसे  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$  (या  $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$ ) द्वारा व्यक्त किया जाता है। इस प्रकार, हमें प्राप्त है—

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

## प्रेक्षण

1. क्योंकि  $(\vec{b} \times \vec{c})$  एक सदिश है, इसलिए  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  एक अदिश राशि है, अर्थात्  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$  एक अदिश राशि है।

2. ज्यामितीय रूप से, अदिश त्रिक गुणनफल का मान तीन सदिशों  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  से प्रदर्शित आसन्न भुजाओं से बने समांतर षट्फलक का आयतन होता है (देखिए आकृति 10.28)।

निसंदेह, समांतर षट्फलक के आधार को बनाने वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल  $|\vec{b} \times \vec{c}|$  है।

$\vec{b}$  और  $\vec{c}$  को अंतर्विष्ट करने वाले तल पर अभिलंब के अनुदिश  $\vec{a}$  प्रक्षेप ही इसकी उँचाई है,

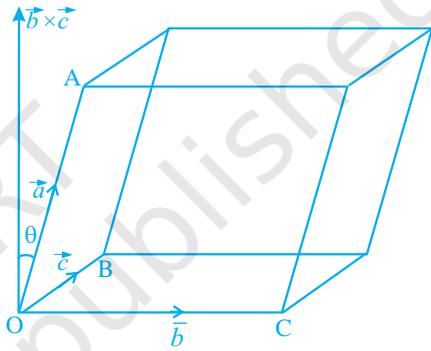
जो  $\vec{b} \times \vec{c}$  की दिशा में  $\vec{a}$  का घटक है। अर्थात् यह  $\frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|}$  है। अतः, समांतर षट्फलक

का आयतन

$$\frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|} |\vec{b} \times \vec{c}| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

3. यदि  $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$  और  $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$ , है, तो

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$



आकृति 10.28

$$= (b_2c_3 - b_3c_2) \hat{i} + (b_3c_1 - b_1c_3) \hat{j} + (b_1c_2 - b_2c_1) \hat{k}$$

तथा इसीलिए

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) &= a_1(b_2c_3 - b_3c_2) + a_2(b_3c_1 - b_1c_3) + a_3(b_1c_2 - b_2c_1) \\ &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

4. यदि  $\vec{a}, \vec{b}$  और  $\vec{c}$  कोई तीन सदिश हैं, तो

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}] = [\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}]$$

(तीनों सदिशों के चक्रीय क्रमचय से अदिश त्रिक गुणनफल के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है।)

मान लीजिए कि  $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$  है।

तब, केवल देखकर ही, हमें प्राप्त होता है—

$$\begin{aligned} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \\ &= a_1(b_2c_3 - b_3c_2) + a_2(b_3c_1 - b_1c_3) + a_3(b_1c_2 - b_2c_1) \\ &= b_1(a_3c_2 - a_2c_3) + b_2(a_1c_3 - a_3c_1) + b_3(a_2c_1 - a_1c_2) \\ &= \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} \\ &= [\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}] \end{aligned}$$

इसी प्रकार, पाठक इसकी जाँच कर सकते हैं कि  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}]$  है।

अतः,  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}] = [\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}]$  है।

5. अदिश त्रिक गुणनफल  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  में, डाट (dot) और क्रॉस (cross) को परस्पर बदला जा सकता है। निस्संदेह,

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}] = [\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}] = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

6.  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = -[\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}]$ . निस्संदेह,

$$= [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

$$= \vec{a} \cdot (-\vec{c} \times \vec{b})$$

$$= -(\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}))$$

$$= -\vec{a} \cdot \vec{c}, \vec{b}$$

7.  $[\vec{a}, \vec{a}, \vec{b}] = 0$ . निस्संदेह,

$$[\vec{a}, \vec{a}, \vec{b}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}]$$

$$= [\vec{b}, \vec{a}, \vec{a}]$$

$$= \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{a})$$

$$= \vec{b} \cdot \vec{0} = 0.$$

(क्योंकि  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ )

**टिप्पणी** उपर्युक्त 7 में, दिया परिणाम, दोनों बराबर सदिशों के स्थितियों के किसी भी क्रम में होने पर भी सत्य है।

### 10.7.1 तीन सदिशों की समतलीयता

**प्रेम्य 1** तीन सदिश  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय होते हैं, यदि और केवल यदि  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  होता है।

**उपपत्ति** सर्वप्रथम, मान लीजिए कि  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय हैं।

यदि  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समांतर सदिश हैं, तो  $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{0}$  है और इसीलिए  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  होगा।

यदि  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समांतर नहीं है, तो  $\vec{b} \times \vec{c}$  सदिश  $\vec{a}$  पर लंब होगा, क्योंकि  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय हैं। अतः,  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  है।

विलोमतः, मान लीजिए कि  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  है। यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b} \times \vec{c}$  में से दोनों शून्येतर सदिश हैं, तो हम निष्कर्ष निकालते हैं कि  $\vec{a}$  और  $\vec{b} \times \vec{c}$  दो लॉबिक सदिश हैं। परंतु  $\vec{b} \times \vec{c}$  दोनों सदिशों  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  पर लंब है। अतः,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  एक समतल में स्थित होने चाहिए, अर्थात् ये समतलीय हैं। यदि  $\vec{a} = 0$  है, तो  $\vec{a}$  किन्हीं भी दो सदिशों, विशेष रूप से  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$ , के समतलीय होगा। यदि  $(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  है, तो  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समांतर सदिश होंगे तथा इसीलिए  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय होंगे, क्योंकि कोई भी दो सदिश सदैव एक समतल में होते हैं, जो उनसे निर्धारित होता है, तथा कोई सदिश, जो इन दोनों सदिशों में से किसी एक समांतर होता है, भी इसी समतल में स्थित होता है।

**टिप्पणी** चार बिंदुओं की समतलीयता की चर्चा, तीन सदिशों की समतलीयता का प्रयोग करते हुए, की जा सकती है। निस्संदेह, चार बिंदु A, B, C और D समतलीय होते हैं, यदि सदिश  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  और  $\overline{AD}$  समतलीय हों।

**उदाहरण 26**  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  ज्ञात कीजिए, यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  है।

**हल** हमें प्राप्त है—  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -10$ .

**उदाहरण 27** दर्शाइए कि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  और  $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$  समतलीय हैं।

**हल** हमें प्राप्त है—  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & -4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 0$ .

अतः, प्रमेय 1 के अनुसार  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय सदिश हैं।

**उदाहरण 28** यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  और  $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 7\hat{j} + 3\hat{k}$  समतलीय हैं, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।

**हल** क्योंकि  $\vec{a}, \vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय हैं, इसलिए  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} = 0$ ,

$$\text{अर्थात्, } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ \lambda & 7 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\Rightarrow 1(-3+7) - 3(6+\lambda) + 1(14+\lambda) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 0.$$

**उदाहरण 29** दर्शाइए कि स्थिति सदिशों  $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}, -(\hat{j} + \hat{k}), 3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$  और  $4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  वाले क्रमशः चारों बिंदु A, B, C और D समतलीय हैं।

**हल** हम जानते हैं कि चार बिंदु A, B, C और D समतलीय होते हैं, यदि तीनों सदिश  $\overline{AB}, \overline{AC}$  और  $\overline{AD}$  समतलीय होते हैं,

$$\text{अर्थात्, } \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD} = 0 \text{ हो।}$$

$$\text{अब, } \overline{AB} = -(\hat{j} + \hat{k}) - (4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) = -4\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\overline{AC} = (3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}) - (4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) = -\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\text{तथा } \overline{AD} = 4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) - (4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) = -8\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\text{इस प्रकार, } \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD} = \begin{vmatrix} -4 & -6 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -8 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

अतः, A, B, C और D समतलीय हैं।

**उदाहरण 30** सिद्ध कीजिए कि  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a} = 2 \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

**हल** हमें प्राप्त है—

$$\begin{aligned} \vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a} &= (\vec{a} + \vec{b}) \cdot ((\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a})) \\ &= (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} + \vec{c} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} + \vec{c} \times \vec{a}) \\
 &\quad \text{(क्योंकि } \vec{c} \times \vec{c} = \vec{0} \text{ है।)} \\
 &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) + \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) + \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) \\
 &= \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{a} + [\vec{a}, \vec{c}, \vec{a}] + \vec{b} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{c} \cdot \vec{a} \\
 &= 2[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \quad \text{(क्यों?)}
 \end{aligned}$$

**उदाहरण 31** सिद्ध किजिए कि  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$  होता है।

**हल** हमें प्राप्त है—

$$\begin{aligned}
 [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times (\vec{c} + \vec{d})) \\
 &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{d}) \\
 &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{d}) \\
 &= \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{d}
 \end{aligned}$$

### प्रश्नावली 10.5

- यदि  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  है, तो  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$  ज्ञात कीजिए।  
(उत्तर 24)
- दर्शाइए कि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  और  $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$  समतलीय हैं।
- यदि सदिश  $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  और  $\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$  समतलीय हैं, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।  
(उत्तर  $\lambda = 15$ )
- मान लीजिए कि  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i}$  और  $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$  है। तब,  
(a) यदि  $c_1 = 1$  और  $c_2 = 2$  है, तो  $c_3$  ज्ञात कीजिए, जिससे  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय हो जाएँ।  
(उत्तर  $c_3 = 2$ )

(b) यदि  $c_2 = -1$  और  $c_3 = 1$  है, तो दर्शाइए कि  $c_1$  का कोई भी मान  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  को समतलीय नहीं बना सकता है।

5. दर्शाइए कि स्थिति सदिशों  $4\hat{i} + 8\hat{j} + 12\hat{k}$ ,  $2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$  और  $5\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}$  वाले चारों बिंदु समतलीय हैं।
6. यदि चार बिंदु A (3, 2, 1), B (4, x, 5), C (4, 2, -2) और D (6, 5, -1) समतलीय हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए। (उत्तर x = 5)
7. यदि  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{b} + \vec{c}$  और  $\vec{c} + \vec{a}$  समतलीय हैं, तो दर्शाइए कि सदिश  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  समतलीय होंगे।