5264CH04

باب چار

متحرک چارج اور مقناطیسیت

(MOVING CHARGES AND MAGNETISM)

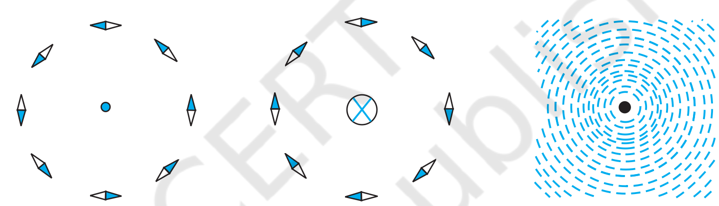
1.4 تعارف (INTRODUCTON)

برق اور مقناطیسیت، دونوں 2000 سال سے بھی پہلے سے معلوم ہیں۔لیکن صرف 200 برس پہلے ہی، 1820 میں یہ احساس ہوسکا کہ یہ ایک دوسرے سے بہت قریبی رشتہ رکھتے ہیں*۔ 1820 میں ایک لیکچر — مظاہرہ کے دوران، ڈنمارک کے طبیعات داں، ہنس کرسٹین اورسٹیڈ (Hans Christian Oersted) نے محسوس کیا کہ مستقیم تار میں بہنے والا کرنٹ اس کے نزدیک رکھی ہوئی مقناطیسی سوئی میں قابل لحاظ انفراج پیدا کرتا ہے۔انھوں نے اس مظہر کی تفتیش کی۔انھوں نے پایا کہ سوئی کی سمت ایک خیالی دائرہ پر مماسی ہے، جس کا مرکز مستقیم تار ہے اور جس کا مستوی تار پر عمود ہے۔یہ صورت شکل (4.1(a)) میں دکھائی گئی ہے۔یہ تب ہی دیکھا جا سکتا ہے، جب کرنٹ کی مقدار زیادہ ہو اور سوئی تار کے کافی قریب ہو، تا کہ زمین کے مقناطیسی میدان کو نظر انداز کیا جا سکے۔کرنٹ کی سمت مخالف کرنے سے، سوئی کی

* باب ا، صفحہ 3، پر بکس دیکھیے

تشریق بھی مخالف ہو جاتی ہے (شکل (4.1(b)۔ کرنٹ میں اضافہ کرنے سے یا سوئی کو تار کے اور نزدیک لانے سے انفراج میں اضافہ ہوتا ہے۔ اگر تار کے ارد گرد لوہے کا برادہ بکھیر دیا جائے تو وہ اپنے آپ کو ہم مرکز دائروں میں ترتیب دے لیتے ہیں، جن کا مرکز تار ہوتا ہے (شکل (4.1(c)۔ اورسٹیڈ نے نتیجہ اخذ کیا کہ حرکت کرتے ہوئے چارج یا کرنٹ، اپنے آس پاس کی فضا میں مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہیں۔

اس کے بعد بہت سے تجربے کیے گئے۔ اس کے بعد 1864 میں جیمس میکسویل نے ان قوانین کو متحد کیا اور ان کی تشکیل کی، جن کی برق اور مقناطیسیت پابندی کرتے ہیں، اور پھر انھیں احساس ہوا کہ روشنی، برق — مقناطیسی لہر (Electromagnetic wave) ہے۔ ریڈیو لہریں ہرٹز (Hertz) نے دریافت کیں اور 19 ویں صدی کے آخر تک جے. سی. بوس (J.C.Bose) اور جی. مارکونی (G.Marconi) نے تجربہ گاہ میں پیدا کیں۔ بیسویں صدی میں سائنس اور ٹکنالوجی میں معرکتہ آلارا ترقی ہوئی۔ اس کی وجہ برق — مقناطیسیت کی تفہیم میں اضافہ اور برق — مقناطیسی لہروں کو پیدا کرنے، ان کی افزائش (Amplificaion)، اشاعت اور شناخت کرنے کے آلات کی ایجادات ہیں۔



(a) (b) (c)

شکل 4.1: ایک مستقیم، لمبے کرنٹ بردار تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان — تار، کاغذ کے مستوی پر عمود ہے۔ مقناطیسی سوئیوں کا ایک چھلہ تار کو گھیرے ہوئے ہے۔ سوئیوں کی تشریق دکھائی گئی ہے، جب (a) کرنٹ کاغذ کے مستوی سے باہر کی طرف نکلتا ہے۔ (b) کرنٹ کاغذ کے مستوی میں اندر کی جانب داخل ہوتا ہے (c) تار کے گرد لوہے کے برادے کی ترتیب۔ سوئیوں کے سیاہ کیے ہوئے کنارے شمالی قطب کو ظاہر کرتے ہیں۔ زمین کے مقناطیسی میدان کے اثر کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

ہنس کرسٹین اورسٹیڈ

(Hans Christian Oersted)

(1851—1777) ڈنمارک کے طبیعات داں اور کیمیا داں، کوپن ہیگن (Copen Hagen) کے پروفیسر۔ انھوں نے مشاہدہ کیا کہ جب ایک مقناطیسی سوئی کو ایک برقی کرنٹ بردار تار کے نزدیک رکھا جاتا ہے تو سوئی میں انفراج پیدا ہوتا ہے۔ اس دریافت سے برقی اور مقناطیسی مظاہر کے درمیان آپسی تعلق کا پہلا آزمائش (empirical) ثبوت ملا۔

اس باب میں ہم دیکھیں گے کہ مقناطیسی میدان، حرکت کرتے ہوئے چارج شدہ ذرات، جیسے الیکٹران، پروٹان، اور کرنٹ بردار تاروں پر کیسے قوتیں لگاتا ہے۔ ہم یہ بھی سیکھیں گے کہ کرنٹ مقناطیسی میدان کیسے پیدا کرتے ہیں۔ ہم دیکھیں گے کہ سائیکلوٹرون (Cyclotron) میں ذرات کو بہت اونچی توانائیوں تک کیسے اسراع کرایا جاتا ہے۔ ہم مطالعہ کریں گے کہ گلوونومیٹر کے ذریعے کرنٹ اور وولٹیج کی شناخت کیسے کی جاتی ہے۔

اس باب میں اور اس کے آگے آنے والے مقناطیسیت کے باب میں ہم مندرجہ ذیل قراردادوں پر عمل کریں گے: ایک کرنٹ یا میدان (برقی یا مقناطیسی) جو کاغذ کے مستوی سے باہر کی جانب نکل رہا

ہو،ایک نقطہ(ڈاٹ)(¤) کے ذریعے دکھایا جاتا ہے۔کاغذ کے مستوی کے اندر کی جانب جاتا ہوا کرنٹ یا میدان ایک کراس.*(⊗) کے ذریعے دکھایا جاتا ہے،شکلیں(a)4.1،(b)4.1،ان دونوں صورتوں سے، بالترتیب،مطابقت رکھتی ہیں۔

ہینڈرک این ٹون لورینٹز (1853—1928) ڈنمارک نظریاتی طبعیات داں، لیڈین (Leiden) میں پروفیسر۔انھوں نے برق،مقناطیسیت،اور میکانکس کے مابین رشتہ کی کھوج کی۔روشنی کے اشعاع کاروں پر مقناطیسی میدان کا مشاہدہ کیے گئے اثر (زی مان اثر) کی وضاحت کرنے کے لیے،انھوں نے ایٹم میں برقی چارجوں کی موجودگی کی تجویز کی،جس کے لیے انھیں 1902 میں نوبل انعام سے نوازا گیا۔انھوں نے کسی پیچیدہ ریاضیاتی دلائل کے ذریعے منتقلی مساوات (transformation eqns) کا ایک سیٹ مشتق کیا (جو ان کے نام پر لورینٹز منتقلی مساواتیں کہلاتے ہیں)،لیکن انھیں یہ معلوم نہیں تھا کہ یہ مساواتیں فضا اور وقت کے نئے تصور پر ٹکی ہیں۔

4.2 مقناطیسی قوت (Magnetic Force)

4.2.1 وسیلے اور میدان (Sources and fields)

اس سے پہلے کہ ہم مقناطیسی میدان $\vec{B}$ ، کے تصورت سے آپ کو متعارف کرائیں،ہم دہراتے ہیں کہ باب 1 میں ہم نے برقی میدان کے بارے میں کیا سیکھا تھا۔ہم نے دیکھا تھا کہ دو چارجوں کے درمیان باہمی عمل کو دو مرحلوں میں سمجھا جاسکتا ہے۔چارج Q،جو میدان کا وسیلہ (Source) ہے،ایک برقی میدان $\vec{E}$ ، پیدا کرتا ہے،جہاں $\vec{E}$ ، دی جاتی ہے:

$$\vec{E} = Q\,\hat{r}/(4\pi \epsilon_0)r^2 \qquad (4.1)$$

جہاں r ، r کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے اور میدان E ایک سمتی میدان ہے۔ایک چارج q اس میدان سے باہم عمل کرتا ہے اور ایک قوت محسوس کرتا ہے،جو دی جاتی ہے:

$$\vec{F} = q\,\vec{E} = q\,Q\,\hat{r}\,/\,(4\pi \epsilon_0)r^2 \qquad (4.2)$$

جیسا کہ باب 1 میں نشاندہی کی گئی ہے،میدان $\vec{E}$ صرف ایک صناعی نہیں ہے بلکہ طبیعی کردار نبھاتا ہے۔یہ توانائی اور معیار حرکت پہنچاتا ہے اور لمحاتی طور پر قائم نہیں ہوتا بلکہ اس کی اشاعت (Propagation) کے لیے ایک متناہی وقفہ درکار ہوتا ہے۔میدان کے تصور پر فیراڈے نے خاص طور پر زور دیا اور میکسویل نے برق اور مقناطیسیت کو یکجا کرنے (Unification) میں اس کو شامل کیا۔میدان،فضا(Space) میں ہر نقطے پر منحصر ہونے کے ساتھ ساتھ وقت کے ساتھ بھی تبدیل ہوسکتا ہے،یعنی کہ وقت کا تفاعل (Function) بھی ہوسکتا ہے۔اس باب میں اپنی بحث میں ہم یہ فرض کر رہے ہیں کہ میدان وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہو رہا ہے۔

ایک مخصوص نقطے پر میدان،کسی ایک یا ایک سے زیادہ چارجوں کی وجہ سے ہوسکتا ہے۔اگر ایک سے زیادہ چارج ہیں تو میدان سمتیہ طور سے جمع ہوجاتے ہیں۔آپ باب 1 میں پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ یہ انطباق کا اصول کہلاتا ہے۔جب ایک بار میدان معلوم ہو،تو ایک ٹیسٹ چارج پر قوت مساوات (4.2) سے دی جاتی ہے۔

بالکل جس طرح ساکن چارج ایک برقی میدان پیدا کرتے ہیں،کرنٹ یا متحرک چارج (اس کے ساتھ ساتھ) ایک مقناطیسی میدان بھی پیدا کرتے ہیں،جسے $\vec{B}\,(\vec{r})$ سے ظاہر کرتے ہیں اور یہ بھی ایک سمتیہ میدان ہے۔اس کی کئی

*ایک ڈاٹ،آپ کی جانب تیر کی نوک کی طرح معلوم ہوتا ہے،ایک کراس،آپ سے دور جاتی ہوئی تیر کی پر دار دم کی طرح معلوم ہوتا ہے۔

بنیادی خاصیتیں برقی میدان کی خاصیتوں کے متماثل ہیں۔ اس کی فضا کے ہر نقطہ پر تعریف کی جاتی ہے (اور اس کے علاوہ وقت کے بھی تابع ہوسکتا ہے)۔ تجربہ سے یہ معلوم ہوا ہے کہ یہ انطباق کے اصول کی پابندی کرتا ہے: کئی وسیلوں کا مقناطیسی میدان، ہر انفرادی وسیلہ کے مقناطیسی میدان کی سمتی جمع ہے۔

4.2.2 مقناطیسی میدان، لورینٹز قوت (Magnetic Field, Lorentz Force)

فرض کیجیے کہ ایک نقطہ چارج q (رفتار $\vec{v}$ سے حرکت کر رہا ہے اور دیے ہوئے وقت t پر مقام $\vec{r}$ پر ہے) ہے اور برقی میدان $\vec{E}(\vec{r})$ اور مقناطیسی میدان $\vec{B}(\vec{r})$ دونوں موجود ہیں۔ برقی چرج q پر ان دونوں کی وجہ سے لگ رہی وقت لکھی جاسکتی ہے:

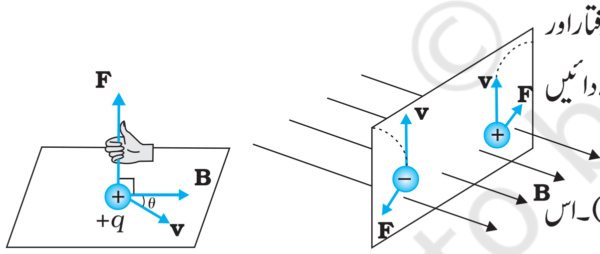
$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{برقی}} + \vec{F}_{\text{مقناطیسی}} \quad (4.3)$$

یہ قوت سب سے پہلے ایچ.اے.لورینٹز (H.A. Lorentz) نے، ایمپیر اور ان کے ساتھیوں کے تفصیلی تجربات کے نتائج کی بنیاد پر، تجویز کی تھی۔ یہ لورینٹز قوت کہلاتی ہے۔ آپ برقی میدان کی وجہ سے پیدا ہونے والی قوت کا تفصیلی مطالعہ پہلے ہی کر چکے ہیں۔ اب اگر ہم مقناطیسی میدان سے باہم تعامل کو دیکھیں، تو ہم مندرجہ ذیل خاصیتیں پاتے ہیں:

(i) یہ q، $\vec{v}$ اور $\vec{B}$ کے تابع ہے (ذرہ کا چارج، رفتار اور مقناطیسی میدان)۔ ایک منفی چارج پر قوت، ایک مثبت چارج پر لگ رہی قوت کے مخالف ہے۔

(ii) مقناطیسی قوت $q(\vec{V}\times\vec{B})$ میں رفتار اور مقناطیسی میدان کا ایک سمتیہ حاصل ضرب شامل ہے۔ سمتیہ حاصل ضرب مقناطیسی میدان کی وجہ سے لگ رہی قوت کو معدوم کر دیتا ہے (صفر کر دیتا ہے)' اگر رفتار اور مقناطیسی میدان ایک دوسرے کے متوازی یا مخالف متوازی (anti parallel) ہوں۔ قوت کی سمت، رفتار اور مقناطیسی میدان دونوں پر عمود ہوتی ہے۔ اس کی سمت سمیتہ (یا کراس) حاصل ضرب کے دائیں ہاتھ قاعدہ یا اسکریو قاعدہ سے دی جاتی ہے، جیسا کہ شکل (4.2) میں دکھایا گیا ہے۔

(iii) اگر چارج حرکت نہیں کر رہا ہو تو مقناطیسی قوت صفر ہوگی (کیونکہ، تب $|\vec{V}|=0$)۔ اس لیے صرف ایک متحرک چارج ہی مقناطیسی قوت محسوس کرتا ہے۔



(a) (b)

شکل 4.2 ایک چارج شدہ ذرہ پر لگ رہی مقناطیسی قوت کی سمت: (a) رفتار $\vec{v}$ سے حرکت کرتے ہوئے اور مقناطیسی میدان $\vec{B}$ سے زاویہ θ بناتے ہوئے ایک مثبت چارج شدہ ذرے پر لگ رہی قوت، دائیں ہاتھ قاعدے سے دی جاتی ہے۔ (b) مقناطیسی میدان کی موجودگی میں، ایک متحرک چارج شدہ ذرہ q، q— سے مخالف دائری سمت (Sense) میں انفراج کرتا ہے۔

مقناطیسی قوت کے لیے دی گئی ریاضیاتی عبارت، مقناطیسی میدان کی اکائی کی تعریف کرنے میں مدد کرتی ہے، اگر ہم قوت مساوات: $\vec{F} = q[\vec{V}\times\vec{B}) = q\,v\,B\sin\theta\,\hat{n}$، جہاں θ، $\vec{v}$ اور $\vec{B}$ کے درمیان زاویہ ہے، (دیکھیے شکل (a) 4.2)، میں q، $\vec{F}$ اور $\vec{v}$ سب کو اکائی لیں۔ مقناطیسی میدان کی عددی قدر B، 1 SI اکائی ہوگی، جب ایک اکائی چارج (IC)، جو $\vec{B}$ پر عمود، Im/s کی چال سے حرکت کر رہا ہے، پر لگنے والی قوت 1 نیوٹن ہو۔

ابعادی طور پر، ہمارے پاس ہے: $[B] = [F/qv]$ اور $\vec{B}$ کی اکائی، نیوٹن سیکنڈ (کولمب میٹر)

میں۔یہ اکائی،نکولا ٹیسلا (1856—1943) کے نام پر ٹیسلا (T) کہلاتی ہے۔ٹیسلا کافی بڑی اکائی ہے۔ایک مقابلتاً چھوٹی اکائی (غیر SI)، جو گاس (gauss) $(=10^{-4}\,T)$ کہلاتی ہے، اکثر استعمال ہوتی ہے۔زمین کا مقناطیسی میدان تقریباً $3.6\times10^{-5}\,T$ ہے۔جدول 4.1 میں کائنات میں پائے جانے والے مقناطیسی میدانوں کی ایک بڑی سعت (Range) کی فہرست مہیا کی گئی ہے۔

جدول 4.1: مختلف طبعی صورتوں میں مقناطیسی میدان کی عددی قدروں کے درجے

طبعی صورت	$\vec{B}$ کی عددی قدر (ٹیسلا میں)
ایک نیوٹران ستارے کی سطح	10^{8}
تجربہ گاہ میں پیدا کیا جاسکنے والی مخصوص بڑا میدان	1
ایک چھوٹی مقناطیسی چھڑ کے قریب	10^{-2}
زمین کی سطح پر	10^{-5}
انسانی (Human nerve fibre)	10^{-10}
بین انجمی فضا (Interstellar Space)	10^{-12}

4.2.3 ایک کرنٹ بردار موصل پر مقناطیسی قوت (Magnetic force on a curent carrying conductor)

ہم ایک واحد متحرک چارج پر مقناطیسی میدان کی وجہ سے لگنے والی قوت کے تجزیہ کی توسیع ایک کرنٹ بردار مستقیم چھڑ کے لیے کرسکتے ہیں۔ہموار تراشی رقبہ A اور لمبائی L کی ایک چھڑ لیں۔ہم فرض کرتے ہیں کہ موصل کی طرح ایک ہی قسم کے رواں چارج بردار ہیں (یہاں الیکٹران)۔فرض کیجیے چھڑ میں رواں چارج برداروں کی عددی کثافت n ہے۔اس ایصالی چھڑ میں قائم کرنٹ I کے لیے، ہم فرض کرسکتے ہیں کہ ہر رواں چارج بردار کی اوسطاً باد آور رفتار $\vec{v}_d$ ہے (دیکھیے باب 2)۔ایک باہری مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی موجودگی میں، ان چارج برداروں پر لگ رہی قوت ہے:

$$\vec{F}=(nAl)q\vec{v}_d\times\vec{B}$$

جہاں q ایک چارج بردار پر چارج کی قدر ہے۔اب $nq\vec{v}_d$، کرنٹ کثافت ہے اور $[\,|(nq\vec{v}_d)|\,A]$ کرنٹ I ہے (کرنٹ اور کرنٹ کثافت کی بحث کے لیے باب 3 دیکھیے)۔اس لیے:

$$=\ \mathbf{F}=[(nq\,\mathbf{v}_d)lA]\times\mathbf{B}=[\,\mathbf{j}Al\,]\times\mathbf{B}\quad(4.4)$$

$$=I\vec{l}\times\vec{B}$$

جہاں $\vec{l}$ ایک عدد قدر l، چھڑ کی لمبائی، کا سمتیہ ہے اور جس کی سمت، کرنٹ $\vec{I}$ کی سمت کے متماثل ہے۔نوٹ کریں کہ

کرنٹ I ایک سمتیہ نہیں ہے۔ مساوات (4.4) تک پہنچنے کے آخری قدم میں ہم نے سمتیہ علامت $\vec{j}$ سے $\vec{l}$ پر منتقل کر دی ہے۔

مساوات (4.4) ایک مستقیم چھڑ کے لیے درست ہے۔ $\vec{B}$ باہری مقناطیسی میدان ہے۔ یہ کرنٹ بردار چھڑ کے ذریعے پیدا کیا گیا میدان نہیں ہے۔ اگر تار کی کوئی بھی اختیاری شکل ہے تو ہم اسے خطی پٹیوں (Linear strips) dl_j کا مجموعہ مان سکتے ہیں اور j پر جمع کر کے، اس پر لگ رہی لورینٹز قوت کی تحسیب کر سکتے ہیں:

$$\vec{F} = \sum_j I d\vec{l}_j \times \vec{B}$$

زیادہ تر صورتوں میں اس جمع کے عمل کو تکملہ (Inteqral) سے بدلا جا سکتا ہے۔

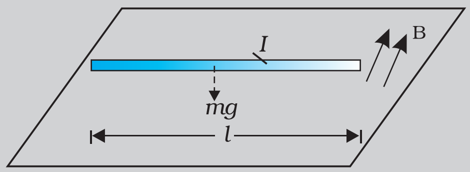
برقی سرایت پذیری اور مقناطیسی سرایت پذیری

مادی کشش کے آفاقی قانون میں ہم کہتے ہیں کہ دو نقطہ کمیتیں ایک دوسرے پر ایک قوت لگاتی ہیں۔ جو کمیتوں m_1 اور m_2 کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور ان کے درمیانی فاصلے r کے مربع کے مقلوب متناسب ہوتی ہے۔ ہم اسے اس طرح لکھتے ہیں: $F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$، جہاں G آفاقی مادی کشش مستقلہ ہے۔ اسی طرح ہم برق — سکونیات کے کولمب کے قانون میں دو چارجوں q_1 اور q_2، جن کے مابین r فاصلہ ہے، کے درمیان قوت: $F = k\frac{q_1q_2}{r^2}$ لکھتے ہیں، جہاں k ایک متناسبیت کا مستقلہ ہے۔ SI اکائیوں میں، k کو $\frac{1}{4\pi\varepsilon}$ لیا جاتا ہے، جہاں ε واسطے (Medium) کی برقی سرایت پذیری (Permitivity) ہے۔ مقناطیسیت میں بھی، ہمیں ایک اور مستقلہ ملتا ہے، جسے SI اکائیوں میں $\frac{\mu}{4\pi}$ لیا جاتا ہے، جہاں μ واسطے کی مقناطیسی سرایت پذیری (Permeability) ہے۔

حالانکہ G، ε اور m بہ طور متناسبیت مستقلہ حاصل ہوتے ہیں، لیکن مادی کشش قوت اور برق — مقناطیسی قوت میں ایک فرق ہے۔ جب کہ مادی کشش قوت، درمیانی واسطے (Intervening medium) کے تابع نہیں ہے، برق مقناطیسی قوت دو چارجوں یا دو مقناطیسوں کے درمیانی واسطے کے تابع ہے۔ اس لیے جب کہ G ایک آفاقی مستقلہ ہے، ε اور μ واسطے کے تابع ہیں۔ ان کی مختلف واسطوں کے لیے مختلف قدریں ہوتی ہیں۔ حاصل ضرب $(\varepsilon\mu)$ اور ایک واسطے میں برق — مقناطیسی اشعاع کی چال v میں ایک رشتہ ہے: $\varepsilon\mu = \frac{1}{v^2}$

برقی سرایت پذیری ε ایک طبعی مقدار ہے جو یہ بتاتی ہے کہ ایک برقی میدان، واسطہ کو کیسے متاثر کرتا ہے اور واسطہ سے کیسے متاثر ہوتا ہے۔ یہ مادے کی اس صلاحیت کے ذریعے معلوم کی جاتی ہے، جس سے وہ ایک لگائے گئے برقی میدان کے جواب میں مادے کی تقطیب کرتا ہے اور اس طرح مادے کے اندر میدان کی، جزوی طور پر، تنسیخ کرتا ہے۔ اسی طرح، مقناطیسی سرایت پذیری μ، ایک مادے کی وہ صلاحیت ہے، جس کے ذریعے وہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسیت حاصل کرتا ہے۔ یہ اس حد کا ناپ ہے جہاں تک مقناطیسی میدان مادے میں داخل ہو سکتا ہے۔

مثال 4.1: 200g کمیت اور 1.5m لمبائی کے ایک مستقیم تار میں 2A کرنٹ ہے۔ یہ ایک ہموار افقی مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے ذریعے ہوا میں لٹکایا گیا ہے (شکل 4.3)۔ مقناطیسی میدان کی عددی قدر کیا ہے؟



شکل 4.3

حل: مساوات (4.4) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے کہ اوپر کی جانب ایک قوت $\vec{F}$ ہے، جس کی عددی قدر $I\ell B$ ہے۔ بیچ ہوا میں لٹکنے کے لیے، اس قوت کا مادی کشش قوت کے ذریعے متوازن ہونا لازمی ہے۔

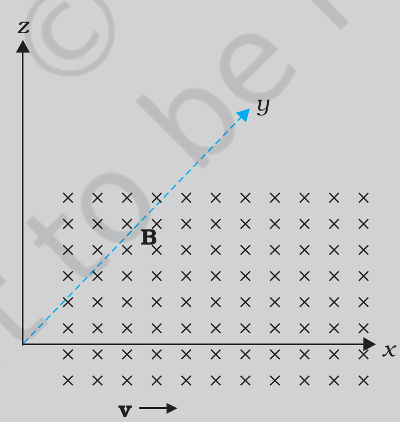
$$mg = I\ell B$$

$$B = \frac{mg}{I\ell}$$

$$= \frac{0.2\times 9.8}{2\times 1.5} = 0.65\ T$$

نوٹ کریں کہ $\frac{m}{\ell}$ کو متعین کرنا کافی ہوتا، یعنی تار کی کمیت فی اکائی لمبائی معلوم ہونا کافی تھا۔ زمین کا مقناطیسی میدان تقریباً $4\times10^{-5}\,T$ ہے، جسے نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

مثال 4.2 اگر مقناطیسی میدان، مثبت y— محور کے متوازی ہے اور چارج شدہ ذرہ مثبت x— پر حرکت کر رہا ہے (شکل 4.4) تو (a) ایک الیکٹران (منفی چارج) (b) ایک پروٹان (مثبت چارج)، کے لیے لورینٹز قوت کس جانب ہوگی؟

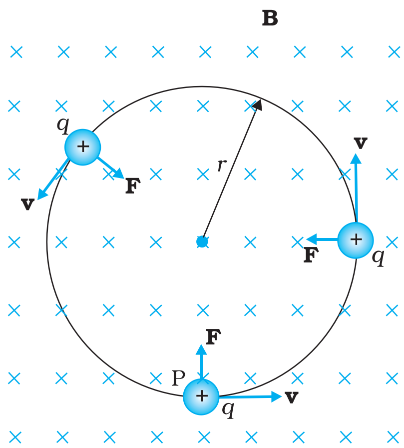


شکل 4.4

حل: ذرہ کی رفتار $\vec{v}$ ، $x-$ محور کی سمت میں ہے اور مقناطیسی میدان $\vec{B}$، y— محور کی جانب ہے، اس لیے: $\vec{v}\times\vec{B}$ — $\hat{z}$ محور کی جانب ہے (اسکریو قاعدہ یا دائیں ہاتھ انگوٹھا قاعدہ)۔ اس لیے (a) الیکٹران کے لیے یہ (z—) محور کی سمت میں ہوگی (b) ایک مثبت چارج (پروٹان) کے لیے (+z) محور کی سمت میں ہوگی۔

مقناطیسی میدان میں متحرک چارج عناصر
مباحثی مظاہرے:
http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/partmagn/index.html

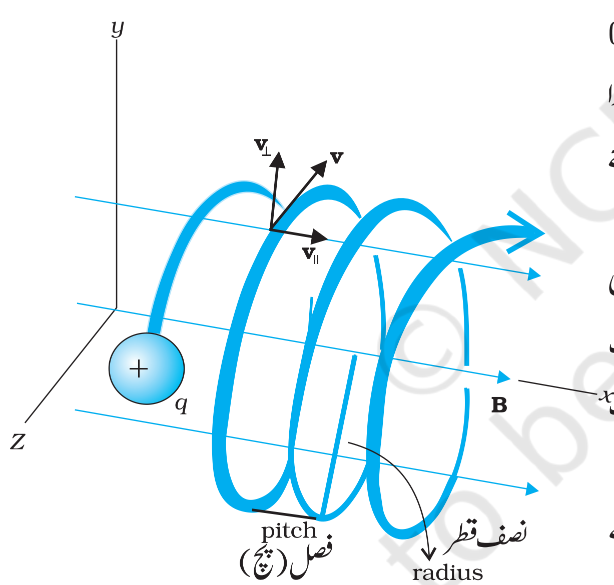
4.3 ایک مقناطیسی میدان میں حرکت (Motion in a Magnetic Field)



شکل 4.5: دائری حرکت

اب ہم ذرا زیادہ تفصیل سے، ایک مقناطیسی میدان میں متحرک ایک چارج کی حرکت کو بیان کریں گے۔ ہم میکانیات میں سیکھ چکے ہیں (دیکھیے درجہ XI درسی کتاب، باب 6) ایک ذرہ پر قوت کے ذریعے تب ضرور کام ہوتا ہے جب قوت ایک جز ذرے کی حرکت کی سمت میں (یا اس کی مخالف سمت میں) ہو۔ ایک مقناطیسی میدان میں ایک چارج کی حرکت کے معاملے میں، مقناطیسی قوت، ذرے کی رفتار پر عمود ہے۔ اس لیے کوئی کام نہیں کیا جاتا اور رفتار کی عددی قدر میں کوئی تبدیلی نہیں پیدا ہوتی (حالانکہ معیار حرکت کی سمت تبدیل ہوسکتی ہے)۔ (نوٹ کریں کہ یہ ایک برقی میدان کی وجہ سے لگنے والی قوت $q\vec{E}$ جیسا نہیں ہے، جس کا ایک جز حرکت کی سمت کے متوازی (یا اس کے مخالف متوازی) ہوسکتا ہے اور اس طرح وہ معیار حرکت کے علاوہ توانائی بھی منتقل کرسکتا ہے۔)

ہم ایک چارج شدہ ذرے کی ہموار مقناطیسی میدان میں حرکت کو لیتے ہیں۔ پہلے وہ صورت لیجیے جس میں $\vec{v}$، $\vec{B}$ پر عمود ہے۔ عمودی قوت: $q\vec{v} \times \vec{B}$، بہ طور مرکز جو قوت (Centripetal force) کام کرتی ہے اور مقناطیسی میدان کی عمودی سمت میں ایک دائری حرکت پیدا کرتی ہے۔ اگر $\vec{v}$ اور $\vec{B}$ ایک دوسرے پر عمود ہیں تو ذرہ ایک دائرہ بنائے گا (شکل 4.5)۔



شکل 4.6 مرغولی حرکت

اگر رفتار کا ایک جز $\vec{B}$ کی جانب ہے تو یہ جز غیر تبدیل شدہ رہتا ہے، کیونکہ مقناطیسی میدان کی سمت میں حرکت مقناطیسی میدان سے متاثر نہیں ہوگی۔ $\vec{B}$ پر عمود ایک مستوی میں حرکت، پہلے کی طرح ایک دائری حرکت ہوگی، اور اس طرح ایک مرغولی حرکت (Helical Motion) پیدا ہوگی (شکل 4.6)۔

آپ پچھلی جماعتوں میں (دیکھیے درجہ XI درسی کتاب، باب 4) پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ اگر ایک ذرہ کے دائری راستے کا نصف قطر r ہے تو $\frac{mv^2}{r}$ کی ایک قوت، راستے کی عمودی سمت میں دائرہ کے مرکز کی جانب لگتی ہے جو مرکز جو قوت کہلاتی ہے۔ اگر رفتار $\vec{v}$، مقناطیسی میدان $\vec{B}$ پر عمود ہے، تو مقناطیسی قوت $\vec{v}$ اور $\vec{B}$ دونوں پر عمود ہے اور ایک مرکز جو قوت کی طرح کام کرتی ہے۔ اس کی عددی قدر qvB ہے۔ مرکز جو قوت کی دونوں ریاضیاتی عبارتوں کو مساوی کرنے پر:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$ جس سے حاصل ہوتا ہے

$$r = mv/qB \qquad (4.5)$$

جو چارج شدہ ذرے کے ذریعے بنائے گئے دائرہ کا نصف قطر ہے۔ جتنا معیار حرکت زیادہ ہوگا، اتنا ہی نصف قطر زیادہ ہوگا اور بنایا ہوا دائرہ اتنا ہی بڑا ہوگا۔ اگر ω، زاویائی تعدد ہے، تب $v = \omega\pi$، اس لیے:

$$\omega = 2\pi v = qB/m \qquad (4.5)$$

جو کہ رفتار یا توانائی کے تابع نہیں ہے۔ یہاں v گردش کا تعدد (frequency) ہے۔ v کے توانائی کے غیر تابع ہونے کے سائیکلوٹران کے ڈیزائن کے لیے اہم مضمرات ہیں (دیکھیے حصہ 4.42)۔

ایک چکر میں لگنے والا وقت ہے: $(T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\vartheta})$۔ اب اگر رفتار کا ایک جز، مقناطیسی میدان کے متوازی ہے (جسے $v_{||}$ سے ظاہر کرتے ہیں)، تو یہ جز ذرے کو میدان کی سمت میں حرکت دے گا اور ذرہ کا راستہ مرغوبی (Helical) ہوگا (شکل 4.6)۔ ایک چکر میں مقناطیسی میدان کی سمت میں طے کیا گیا فاصلہ فصل (پچ Pitch) 'P' کہلاتا ہے۔ مساوات [4.6(a)] استعمال کرتے ہوئے، ہمیں ملتا ہے:

$$P = v_{||}T = \frac{2\pi m v_{||}}{qB} \qquad [4.6\ (b)]$$

حرکت کے دائری جز کا نصف قطر، مرغوبہ (helix) کا نصف قطر کہلاتا ہے۔

مثال 4.3: ایک الیکٹران کے راستے کا نصف قطر کیا ہوگا (کمیت 9×10^{-31} kg، چارج 1.6×10^{-19} c) جو 3×10^{7} m/s کی چال سے، 6×10^{-4} T کے مقناطیسی میدان میں، جو اس پر عمود ہے، حرکت کر رہا ہے؟ اس کا تعدد کیا ہوگا؟ Kev میں اس کی توانائی تحسیب کیجیے۔ $(1ev = 1.6\times10^{-19} J)$

حل: مساوات (4.5) استعمال کرتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9\times10^{-31}kg\times3\times10^{7}ms^{-1}}{1.6\times10^{-19}C\times6\times10^{-4}T}$$

$$= 26\times10^{-2}m = 26cm$$

$$\vartheta = \frac{v}{2\pi r} = 2\times10^{6}5^{-1} = 2\times10^{6}Hz = 2MHz$$

$$E = \left(\frac{1}{2}\right)mv^2 = \left(\frac{1}{2}\right)9\times10^{-31}kg\times9\times10^{14}m^25^{-2} = 40.5\times10^{-17}J$$

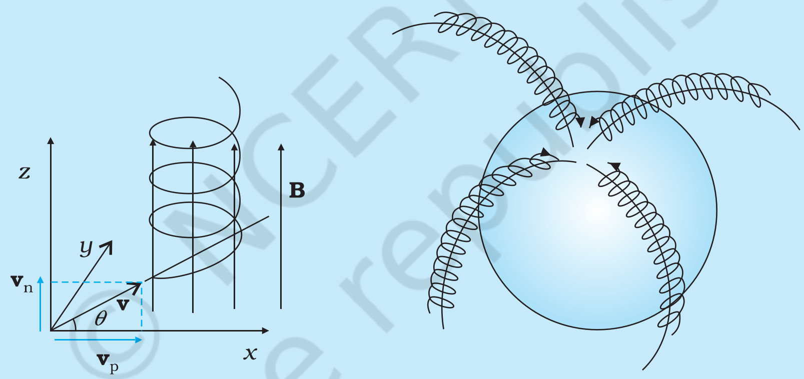
$$\simeq 4\times10^{-16}J = 2.5kev$$

2019-20

چارج شدہ ذرات کی مرغوبی حرکت اور اوروَرا بوریولس
(Helical motion of charged particles and aurora boriolis)

قطبی علاقوں، جیسے الاسکا اور شمالی کناڈا، میں آسمان میں رنگوں کا ایک نہایت خوبصورت منظر دکھائی دیتا ہے۔ ناچتی ہوئی ہری گلابی روشنیاں دلفریب بھی ہوتی ہیں اور تعجب خیز بھی۔ اس قدرتی مظہر کی وضاحت اب اس طبیعات کے ذریعے کی جا سکتی ہے جو ہم سیکھ چکے ہیں۔

کمیت m اور چارج q کا ایک چارج شدہ ذرہ لیجیے، جو مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے علاقے میں رفتار $\vec{v}$ کے ساتھ داخل ہوتا ہے۔ فرض کیجیے کہ اس رفتار کا ایک جز $\vec{v}_p$ مقناطیسی میدان کے متوازی ہے اور ایک جز $\vec{v}_n$ اس پر عمود ہے۔ میدان کی سمت میں، چارج شدہ ذرہ پر کوئی قوت نہیں ہے۔ اس لیے ذرہ میدان کی سمت میں رفتار $\vec{v}_p$ سے حرکت جاری رکھتا ہے۔ ذرہ کا عمودی جز $\vec{v}_n$، ایک لورینٹز قوت $(\vec{v}_n \times \vec{B})$ پیدا کرتا ہے جو $\vec{v}_n$ اور $\vec{B}$ دونوں پر عمود ہے۔ جیسا کہ حصہ 4.3.1 میں دیکھا جا چکا ہے، اس لیے ذرہ میں مقناطیسی میدان پر عمود مستوی میں ایک دائری حرکت کرنے کا رجحان ہوگا۔ جب یہ حرکت، میدان کے متوازی، رفتار سے منسلک ہوگی، تو اس کے نتیجے میں جو خط راہ حاصل ہوگا وہ مقناطیسی میدانی خط پر مرغول (Helix) ہوگا' جیسا کہ یہاں شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔ اگر میدانی خط مڑتا بھی ہے، تب بھی مرغوبی حرکت کرتا ہوا ذرہ گھر جاتا ہے اور میدانی خط کے گرد ہی حرکت کر سکتا ہے۔ کیونکہ ہر نقطہ پر، لورینٹز قوت رفتار پر عمود ہے، میدان، ذرے پر کوئی کام نہیں کرتا اور رفتار کی عددی قدر وہی رہتی ہے۔



(a) (b)

ایک شمسی بھڑک (solar flare) کے دوران، سورج سے الیکٹرانوں اور پروٹانوں کی ایک بڑی تعداد خارج ہوتی ہے۔ ان میں سے کچھ زمین کے مقناطیسی میدان میں گھر جاتے ہیں اور میدانی خطوط پر مرغوبی راستوں میں حرکت کرتے ہیں۔ مقناطیسی قطبوں کے نزدیک میدانی خطوط ایک دوسرے کے قریب ہو جاتے ہیں، دیکھیے شکل (b)۔ اس لیے قطبین کے نزدیک چارجوں کی کثافت میں اضافہ ہو جاتا ہے۔ یہ ذرات فضا کے ایٹموں اور مالیکیولوں سے تصادم کرتے ہیں۔ مشتعل (Excited) آکسیجن ایٹم ہری روشنی خارج کرتے ہیں اور مشتعل نائٹروجن ایٹم گلابی روشنی — طبیعات میں یہ مظہر اوروَرا بوریولس کہلاتا ہے۔

4.4 برقی اور مقناطیسی میدانوں کے اجتماع میں حرکت
(Motion in Combined Electric and Magnetic Fields)

4.4.1 رفتار انتخاب کار (Velocity Selector)

آپ جانتے ہیں کہ برقی اور مقناطیسی دونوں میدانوں کی موجودگی میں رفتار $\vec{v}$ سے حرکت کرتے ہوئے چارج q پر ایک قوت لگتی ہے جو مساوات (4.3) سے دی جاتی ہے، یعنی کہ،

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{F}_E + \vec{F}_B$$

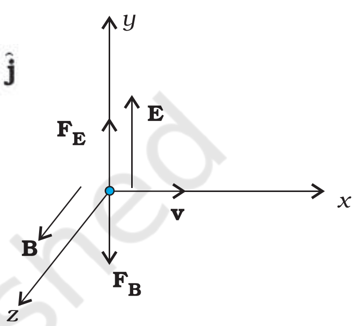
ہم ایک سادہ صورت لیں گے، جس میں برقی اور مقناطیسی میدان ایک دوسرے پر عمود ہیں اور ذرہ کی رفتار پر بھی عمود ہیں، جیسا کہ شکل 4.7 میں دکھایا گیا ہے۔ ہمارے پاس ہے:

$$\vec{\mathbf{E}} = E\,\hat{\mathbf{j}},\ \vec{\mathbf{B}} = B\,\hat{\mathbf{k}},\ \vec{\mathbf{v}} = v\,\hat{\mathbf{i}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_E = q\vec{\mathbf{E}} = qE\,\hat{\mathbf{j}},\ \vec{\mathbf{F}}_B = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}, = q\left(v\,\hat{\mathbf{i}} \times B\hat{\mathbf{k}}\right) = -qB\,\hat{\mathbf{j}}$$

اس لیے

$$\vec{\mathbf{F}} = q(E - vB)\,\hat{\mathbf{j}}$$



شکل 4.7

اس لیے، برقی اور مقناطیسی قوتیں، ایک دوسرے کی مخالف سمتوں میں ہیں، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کیجیے ہم $\vec{E}$ اور $\vec{B}$ کی قدروں کو اس طرح درست کرتے ہیں کہ دونوں قوتوں کی عددی قدریں مساوی ہیں۔ تب، چارج پر لگ رہی کل قوت صفر ہے اور چارج ان میدانوں میں بغیر منفرج ہوئے (undeflected) حرکت کرے گا۔ ایسا تب ہوتا ہے، جب

$$qE = qvB$$

یا

$$v = \frac{E}{B} \quad (\text{شکل } 4.7)$$

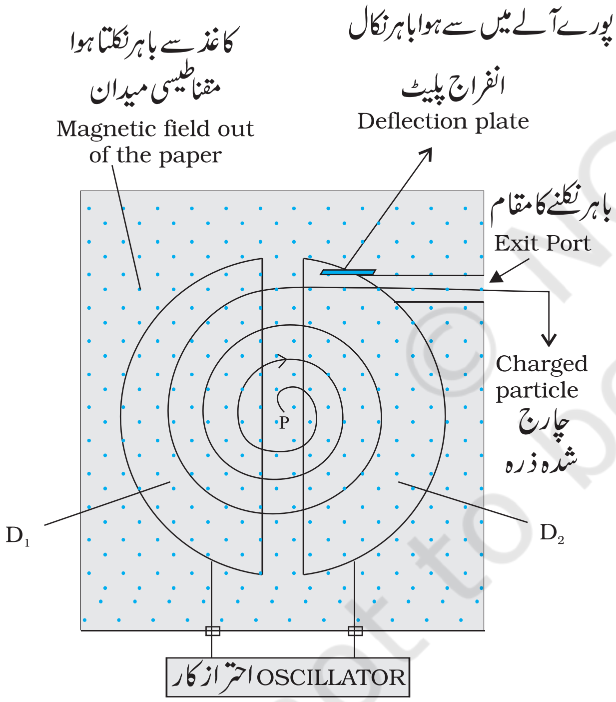
ایک شعاع، جس میں مختلف چالوں سے حرکت کرتے ہوئے ذرات شامل ہوں، اس میں سے ایک خاص رفتار کے چارج شدہ ذرات کو منتخب کرنے میں یہ شرط استعمال کی جاسکتی ہے (ان کے چارج اور ان کی کمیت کا لحاظ کیے بغیر)۔ اس طرح ایک دوسرے کے مخالف اور مساوی E اور B میدان، رفتار انتخاب کار کا کام کرتے ہیں۔ جس علاقے میں E اور B میدان ایک دوسرے کے مخالف اور مساوی ہوتے ہیں، اس میں سے صرف $\frac{E}{B}$ چال کے ذرات ہی بغیر منفرج ہوئے گذر سکتے ہیں۔ یہ طریقہ جے۔ جے۔ تھامسن نے 1877 میں ایک الیکٹران کی چارج اور کمیت کی نسبت $\left(\frac{e}{m}\right)$ کی پیائش کرنے کے لیے استعمال کیا تھا۔ یہ اصول کمیت طیف پیما (Massspectrometer) میں بھی استعمال کیا جاتا ہے، جو ایک ایسا آلہ ہے جو چارج شدہ ذرات (عام طور سے آئین) کو ان کی چارج اور کمیت کی نسبت کے مطابق علیحدہ کرتا ہے۔

4.4.2 سائیکلوٹرون (Cyclotron)

سائیکلوٹرون ایک ایسی مشین ہے جس سے چارج شدہ ذرات یا آئنوں کو اونچی توانائیوں تک اسراع کرایا جاتا ہے۔ اسے 1934 میں ای.او. لارینس (E.O. Lawrence) اور ایم.ایس لونگسٹن (M.S.Livingston) نے نیوکلیائی ساخت کی چھان بین کرنے کے لیے ایجاد کیا۔ سائیکلوٹرون، برقی اور مقناطیسی دونوں میدانوں کے مجموعے کا استعمال، چارج شدہ ذرات کی توانائی میں اضافہ کرنے کے لیے کرتی ہے۔ کیونکہ میدان ایک دوسرے پر عمود ہوتے

ہیں، اس لیے انھیں کراس میدان (crossed fields) کہتے ہیں۔

سائیکلوٹرون میں اس حقیقت کا استعمال کیا جاتا ہے کہ ایک مقناطیسی میدان میں ایک چارج شدہ ذرے کے طواف کا تعدد (frequency of revolution)، اس کی توانائی کے تابع نہیں ہوتا۔ ذرات زیادہ تر وقت دو نصف دائری قرصوں (semi circular discs) جیسے دھاتی کنٹینروں (metal Containers) D_1 اور D_2 کے اندر حرکت کرتے ہیں جو ڈی کہلاتے ہیں، کیونکہ ان کی شکل انگریزی حرف D جیسی ہوتی ہے۔ شکل 4.8 سائیکلوٹرون کا ایک نقشہ پیش کرتی ہے۔ دھاتی ڈبوں کے اندر ذرہ سپر شدہ (Shielded) ہوتا ہے اور اس پر برقی میدان کام نہیں کرتا۔ لیکن مقناطیسی میدان پھر بھی ذرہ پر لگتا ہے اور اسے ڈی کے اندر ایک دائری راستے پر چکر کٹواتا ہے۔ ہر مرتبہ جب ذرہ ایک ڈی سے دوسری ڈی میں حرکت کرتا ہے تو اس پر برقی میدان لگتا ہے۔ برقی میدان کی علامت کو باری باری (متبادل طور پر (alternatively)) ذرہ کی دائری حرکت کے مطابق، تبدیل کیا جاتا رہتا ہے۔ اس طرح سے یہ یقینی ہو جاتا ہے کہ ذرہ برقی میدان کے ذریعے ہمیشہ اسراع حاصل کرتا ہے۔ ہر بار اسراع، ذرہ کی توانائی میں اضافہ کرتا ہے۔ جیسے جیسے توانائی میں اضافہ ہوتا ہے، دائری راستے کے نصف قطر میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس طرح راستہ چکری (Spiral) ہوتا ہے۔



شکل 4.8: سائیکلوٹرون کا ایک خاکہ۔ P پر چارج شدہ ذرات یا آئنوں کا ایک وسیلہ ہے جو ہموار، عمودی مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی وجہ سے ڈیس D_1 اور D_2 میں دائری طرز کی حرکت کرتا ہے۔ ایک متبادل وولٹیج وسیلہ ان آئنوں کو اونچی چالوں تک اسراع پذیر کرتا ہے۔ آخر میں آئن، باہر نکلنے کے مقام پر علیحدہ کر لیے جاتے ہیں۔

آئنوں اور ہوا کے مالیکیولوں کے درمیان تصادم کی تعداد کو کم از کم کرنے کے لیے پورے آلے میں سے ہوا باہر نکال دی جاتی ہے (خلا کر دیا جاتا ہے)۔ ڈیس (Dees) میں ایک اونچے تعدد (high friquency) کی متبادل وولٹیج (alternating voltage) لگائی جاتی ہے۔ شکل 4.8 میں دکھائے گئے خاکے میں، مثبت آئن یا مثبت چارج شدہ ذرات (مثلاً پروٹان)، مرکز P پر چھوڑے جاتے ہیں۔ یہ کسی ایک ڈی میں ایک نصف دائری راستے پر حرکت کرتے ہیں اور وقفہ وقت میں دونوں ڈی کے درمیان خالی جگہ (gap) میں پہنچ جاتے ہیں، جہاں T 'طواف کا دور (Period of revolution) مساوات (4.6) سے دیا جاتا ہے،

$$T = \frac{1}{\nu_c} = \frac{2\pi m}{qB}$$

یا

$$\nu_c = \frac{qB}{2\pi m} \qquad (4.8)$$

یہ تعدد، سائیکلوٹرون تعدد کہلاتا ہے، جس کی وجہ ظاہر ہی ہے۔ اسے ν_c سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

لگائی گئی وولٹیج کے تعدد ν_a کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ ڈیس کی قطبیت اسی وقفہ وقت میں الٹی ہوتی ہے جتنا وقت آئنوں کو طواف کا ایک نصف پورا کرنے میں لگتا ہے۔ شرط: $\nu_a = \nu_c$، گمک شرط (resonance condition) کہلاتی ہے۔ سپلائی

کے فیز کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ جب مثبت آئن D_1 کے کنارے پر پہنچتا ہے تو D_2 مقابلتاً کم مضمر پر ہوتی ہے اور آئن دونوں Ds کے درمیان خالی جگہ میں اسراع پذیر ہوتے ہیں۔ ڈیس کے اندر ذرات ایسے علاقے میں حرکت کرتے ہیں، جس میں برقی میدان نہیں ہوتا۔ ہر مرتبہ جب وہ ایک D سے دوسری D میں جاتے ہیں تو ان کی حرکی توانائی میں qV کا اضافہ ہوتا ہے (V، اس وقت ڈیس پر لگائی گئی وولٹیج ہے)۔ مساوات (4.5) سے یہ ظاہر ہے کہ ہر مرتبہ جب ان کی حرکی توانائی میں اضافہ ہوتا ہے تو ان کے راستے کا نصف قطر بھی بڑھتا جاتا ہے۔ آئنوں کو بار بار Dees میں سے گذار کر اسراع کرایا جاتا ہے، یہاں تک کہ ان کی توانائی وہ مطلوبہ توانائی ہو جاتی ہے کہ ان کے راستے کا نصف قطر، Ds کے نصف قطر کے تقریباً برابر ہو جائے۔ پھر وہ مقناطیسی میدان کے ذریعے منفرج ہو جاتے ہیں اور ایک باہر نکلنے کی سلٹ (exit slit) سے ہوتے ہوئے نظام سے علاحدہ ہو جاتے ہیں۔ مساوات (4.5) سے ہمارے پاس ہے:

$$v = \frac{qBR}{m} \quad (4.9)$$

جہاں R باہر نکلنے کے مقام پر خط راہ کا نصف قطر ہے اور جوڑی کے نصف قطر کے مساوی ہے۔ اس لیے، آئنوں کی حرکی توانائی ہے:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \quad (4.10)$$

سائیکلوٹرون کی کارکردگی اس حقیقت پر مبنی ہے کہ ایک آئن کے ذریعے ایک طواف میں لیا گیا وقت اس کی چال یا اس کے مدار کے نصف قطر کے تابع نہیں ہوتا۔ سائیکلوٹرون نیوکلیوس پر توانائی والے ذرات کی بمباری کرنے کے لیے، ان ذرات کی جنھیں یہ اسراع فراہم کرتا ہے، اور اس بمباری کے ذریعے ہونے والے نیوکلیائی تعاملات کا مطالعہ کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ یہ ٹھوس اشیا میں آئنوں کو ثبت کرنے (Implant) اور اس طرح ان کی خاصیتوں کو سدھارنے اور نئے مادوں کی تالیف (Synthesis) کرنے میں بھی استعمال ہوتا ہے۔ یہ اسپتالوں میں تاب کار مادے پیدا کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے، جنھیں تشخیص اور علاج میں استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال 4.5: ایک سائیکلوٹرون کے احتزاز کار کا تعدد 10MHZ ہے۔ پروٹانوں کو اسراع کرانے کے لیے لگایا جانے والا مقناطیسی میدان کیا ہونا چاہیے؟ اگر اس کی ڈیس (dees) کا نصف قطر 60cm ہے تو اسراع کار کے ذریعے پیدا کی گئی پروٹان بیم کی حرکی توانائی (Mev میں) کیا ہوگی؟

$(e = 1.60 \times 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, 1 MeV $= 1.6 \times 10^{-13}$ J$)$

حل: احتزاز کار کا تعدد وہی ہوگا جو پروٹان کا سائیکلوٹرون تعدد ہے۔

مساوات (4.5) اور مساوات (a) 4.6 استعمال کرتے ہوئے، حاصل ہوتا ہے

$$B = 2\pi\, m\, \frac{v}{q} = \frac{6.3 \times 1.67 \times 10^{-27}}{(1.6 \times 10^{-19})} = 0.66 \text{ T}$$

پروٹانوں کی اختتامی رفتار ہے

$$v = r \times 2\pi\nu = 0.6\ m \times 6.3 \times 10^7 = 3.78 \times 10^7\ m/s$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 14.3 \times 10^{14}}{2 \times 1.6 \times 10^{-13}} = 7\ MeV$$

ہندوستان میں اسراع کار

ہندوستان ان ملکوں میں سے ہے جو اسراع کار پر مبنی تحقیق میں شروع سے شامل رہے ہیں۔ ڈاکٹر میگھ ناتھ سنہا کی بصیرت سے کلکتہ کے ''سنہا انسٹی ٹیوٹ آف نیوکلیئر فزکس'' میں، 1953 میں، "37 سائیکلوٹرون بنا۔ اس کے بعد جلد ہی کوک روفٹ — والٹن قسم کے اسراع کاروں کا ایک سلسلہ ٹاٹا انسٹی ٹیوٹ آف فنڈامنٹل ریسرچ (TIFR) بمبئی، علی گڈھ مسلم یونیورسٹی علی گڈھ، بوس انسٹی ٹیوٹ، کلکتہ اور آندھرا یونیورسٹی، والٹیر میں قائم ہوا۔

60 کی دہائی میں وین ڈی گراف اسراع کاروں کی ایک اچھی تعداد تیار ہوئی: ایک 5.5 MV ٹرمینل مشین، بھابھا اٹامک ریسرچ سینٹر (BARC) ممبئی میں (1963)، ایک 2MV ٹرمینل مشین، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف ٹیکنالوجی (IIT)، کانپور میں، ایک 400KV ٹرمینل مشین، بنارس ہندو یونیورسٹی، (BHU)، بنارس میں اور پنجاب یونیورسٹی، پٹیالہ میں۔ امریکہ کی روچسٹر یونیورسٹی نے ایک 66cm سائیکلوٹرون پنجاب یونیورسٹی چنڈی گڈھ میں لگایا۔ ایک چھوٹا الیکٹران اسراع کار، یونیورسٹی آف پونہ، پونہ میں بھی لگایا گیا۔

70 اور 80 کی دہائیوں میں جو اہم اقدامات کیے گئے، ان میں ایک متغیرہ توانائی سائیکلوٹرون، ہندوستانی ٹکنالوجی کے ذریعے ویریبل انرجی سائیکلوٹرون سینٹر (VECC) کلکتہ میں نصب کیا گیا، 2 MV ٹنڈم وین ڈی گراف اسراع کار، بی اے آر سی (BARC) میں بنایا اور لگایا گیا۔ ایک 14MV ٹنڈم پیلیٹرون اسراع کار TIFR میں لگایا گیا۔

اس کے فوراً بعد ہی ایک 15MV ٹنڈم پیلیٹرون، یونیورسٹی گرانٹس کمیشن (UGC) کے ذریعے بہ طور مرکزی سہولت انٹر یونیورسٹی ایکسیلریٹر سینٹر (UAC)، نئی دہلی میں قائم ہوا، ایک 3Mev ٹنڈم پیلیٹرون، انسٹی ٹیوٹ آف فزکس، بھونیشور میں اور دو 1.7MV ٹنڈے ٹرون، اٹامک منیرلس ڈائریکٹریٹ فار ریسرچ، حیدرآباد اور اندرا گاندھی سینٹر فار اٹامک ریسرچ، کلپکم میں لگائے گئے۔ TIFR اور IUAC دونوں، آئنوں کو زیادہ اونچی توانائی تک اسراع پذیر کرنے کے لیے، اعلیٰ ایصالی LINAC موڈیول کو شامل کر کے اپنی سہولیات میں اضافہ کر رہے ہیں۔

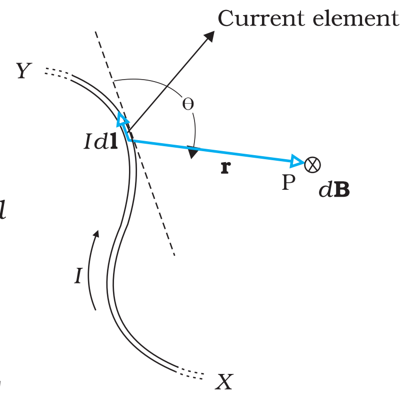
ان آئنوں کے اسراع کاروں کے علاوہ، ڈپارٹمنٹ آف اٹامک انرجی (DAE) نے کئی الیکٹران اسراع کار تیار کیے ہیں۔ ایک 2Gev، سنکروٹران ریڈی ایشن سورس، راجا رمن سینٹر فار ایڈوانسڈ ٹیکنالوجیز اندور میں بنائی جا رہی ہے۔

ڈپارٹمنٹ آف اٹامک انرجی، مستقبل میں پاور پیدا کرنے کے ذرائع کے بہ طور اور انشقاقی مادہ تخلیق (fissile material brceding) کے لیے اسراع کار سے چلنے والے نظاموں پر غور کر رہا ہے۔

4.5 ایک کرنٹ جز کے ذریعے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان — بائیٹ — سیورٹ قانون

(Magnetic Field due to a Current Element, Biot-Savart Law)

ہم جتنے بھی مقناطیسی میدانوں سے واقف ہیں، وہ سب کرنٹ (متحرک چارج) اور ذرات کے ذاتی مقناطیسی معیار اثر (intrinsic magnetic moments) کی وجہ سے پائے جاتے ہیں۔ یہاں، ہم کرنٹ اور وہ جو مقناطیسی



شکل 4.9: بائیٹ—سیورٹ قانون کی وضاحت— کرنٹ جز $I\vec{dl}$، فاصلہ r پر ایک میدان $d\vec{B}$ پیدا کرتا ہے۔ $\otimes$ علامت نشاندہی کرتی ہے کہ میدان اس صفحہ کے مستوی پر عمود ہے اور صفحہ کے اندر کی جانب ہے۔

میدان پیدا کرتا ہے،اس کے درمیان رشتہ کا مطالعہ کریں گے۔یہ بائیٹ سیورٹ قانون (Biot-Savart's law) سے دیا جاتا ہے۔شکل 4.9 میں ایک متناہی موصل xy دکھایا گیا ہے،جس میں کرنٹ I بہہ رہا ہے۔اس موصل کا لامتناہی قلیل عنصر (infinitesimal element) dl لیجیے۔اس عنصر کی وجہ سے ایک نقطہ P پر، جو اس سے r فاصلہ پر ہے، پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ معلوم کرنا ہے۔فرض کیجیے $d\vec{l}$ اور نقل سمتیہ (displacement vector) $\vec{r}$ کے درمیان زاویہ θ ہے۔بائیٹ—سیورٹ قانون کے مطابق،مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ کی عددی قدر،کرنٹ I اور عنصر لمبائی $I\,d\vec{l}$ کے راست متناسب ہے اور فاصلہ r کے مربع کے مقلوب متناسب ہے۔اس کی سمت، $d\vec{l}$ اور دونوں جس مستوی میں ہیں،اس پر عمود ہے۔اس لیے سمتیہ علامت ہیں:

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \qquad [4.11\ (a)]$$

جہاں $\frac{\mu 0}{4\pi}$ ایک متناسبیت کا مستقلہ ہے۔مندرجہ بالا ریاضیاتی عبارت اس وقت درست ہے، جب وسیلہ خلاء (vacuum) ہے۔

اس میدان کی عددی قدر ہے:

$$\left|d\vec{\mathbf{B}}\right| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2} \qquad [4.11\ (b)]$$

جہاں ہم نے کراس حاصل ضرب کی خاصیت استعمال کی ہے۔مساوات [4.11(a)]،مقناطیسی میدان کے لیے ہماری بنیادی مساوات ہے۔SI اکائیوں میں متناسبیت مستقلہ کی قطعی درست قدر ہے:

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A} \qquad [4.11\ (c)]$$

ہم μ_0 کو آزاد فضا (خلا) کی مقناطیسی سرایت پذیری (permeability) کہتے ہیں۔

مقناطیسی میدان کے لیے بائیٹ—سیورٹ قانون اور برق—سکونی میدان کے لیے کولمب کے قانون میں کچھ یکسانیتیں ہیں اور کچھ فرق ہیں۔ان میں سے کچھ ہیں:

(i) دونوں لمبی سعت (Long range) کے ہیں، کیونکہ دونوں وسیلہ سے دلچسپی کے نقطہ تک کے فاصلے کے مربع کے مقلوب طور پر تابع ہیں۔انطباق کا اصول دونوں میدانوں پر لاگو ہوتا ہے۔[اس سلسلے میں نوٹ کیجیے کہ مقناطیسی

---

* $\vec{dl}\times\vec{r}$ کی دائری سمت (Sense) بھی دائیں ہاتھ اسکریو قاعدہ سے دی جاتی ہے: اس مستوی کو دیکھیے ،جس میں $\vec{dl}$ اور $\vec{r}$ ہیں۔تصور کیجیے کہ آپ پہلے سمتیہ سے دوسرے سمتیہ ،کی طرف جا رہے ہیں۔اگر یہ حرکت گھڑی کی سوئیوں کی حرکت کی مخالف سمت میں (anticlock wise) ہے،تو ماحصل (resultant) آپ کی جانب ہے۔اور اگر یہ گھڑی کی سوئیوں کی حرکت کی سمت میں (Clock wise) ہے تو ماحصل آپ سے دوری کی جانب ہے۔

میدان اپنے وسیلے $Id\vec{l}$ میں خطی (Linear) ہے، جس طرح کہ برق — سکونی میدان اپنے وسیلے: برقی چارج، میں خطی ہے۔

(ii) برق — سکونی میدان، وسیلے اور میدانی نقطہ کو ملانے والے نقل سمتیہ کی جانب ہوتا ہے۔ مقناطیسی میدان اس مستوی پر عمود ہوتا ہے جس میں نقل سمتیہ $\vec{r}$ اور کرنٹ جز $Id\vec{l}$ ہوتے ہیں۔

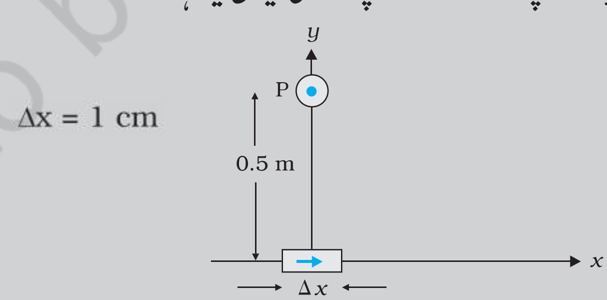
(iv) بائیٹ — سیورٹ قانون میں زاویہ پر بھی ایک انحصار ہے جو برق — سکونی صورت میں نہیں پایا جاتا۔ شکل 4.9 میں، $d\vec{l}$ کی سمت میں کسی بھی نقطہ پر (کشیدہ خط the dashed line) مقناطیسی میدان صفر ہے۔ اس خط پر: $\theta = 0, \sin\theta = 0$ اور مساوات [4.11(a)] سے،

آزاد فضا کی برقی سرایت پذیری ε_0، آزاد فضا کی مقناطیسی سرایت پذیری μ_0 اور خلا میں روشنی کی چال C میں ایک دلچسپ رشتہ ہے:

$$= \left(\frac{1}{9\times10^{9}}\right)\left(10^{-7}\right) = \frac{1}{(3\times10^{8})^{2}} = \frac{1}{C^{2}}$$

ہم اس رابطے سے برق — مقناطیسی لہروں کے باب 8 میں مزید بحث کریں گے۔ کیونکہ خلا میں روشنی کی رفتار مستقلہ ہے، اس لیے حاصل ضرب $\varepsilon_0 \mu_0$ کی عددی قدر متعین ہے۔ اگر ہم ε_0 یا μ_0 میں سے کسی ایک کی کوئی قدر منتخب کرلیں تو دوسرے کی قدر متعین ہوجاتی ہے۔ SI اکائیوں میں μ_0 کی عددی قدر کو $4\pi \times 10^{-7}$ کے مساوی متعین کیا جانا چاہیے۔

مثال 4.6: ایک جز، $\Delta\vec{l} = \Delta x\,\hat{i}$، مبدے پر رکھا ہے اور اس میں ایک بڑا کرنٹ I=10A بہہ رہا ہے (شکل 4.10) — y — محور پر 0.5m کے فاصلے پر مقناطیسی میدان کیا ہے؟



شکل 4.10

حل: (مساوات (4.11) استعمال کرتے ہوئے)
$$|d\vec{\mathbf{B}}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2}$$

$$dl = \Delta x = 10^{-2}\,\text{m}\quad I = 10\text{ A},\ \ r = 0.5\text{ m} = y,\ \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\,\frac{\text{T m}}{\text{A}}$$

$$\theta = 90^\circ\ ;\ \sin\theta = 1$$

مثال 4.6

$$|d\vec{B}| = \frac{10^{-7} \times 10 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-8}\ \text{T}$$

میدان کی سمت z+ سمت میں ہے، ایسا اس لیے ہے، کیونکہ

$$d\vec{l} \times \vec{r} = \Delta x\, \hat{i} \times y\, \hat{j} = y\, \Delta x \left(\hat{i} \times \hat{j}\right) = y\, \Delta x\, \hat{k}$$

ہم آپ کو کراس حاصل ضرب کی چکری (Cyclic) خاصیت یاد دلاتے ہیں:

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}};\ \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}};\ \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}$$

نوٹ کریں کہ میدان کی عددی قدر کم ہے۔

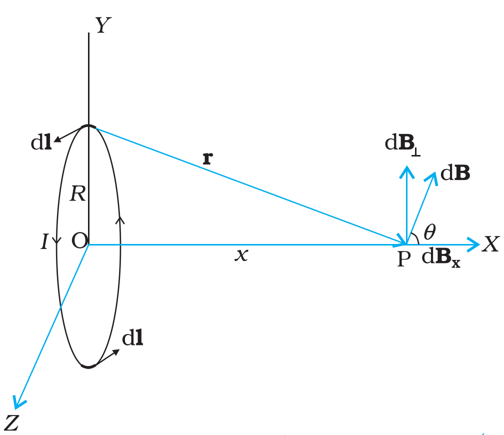
اگلے حصے میں ہم ایک دائری لوپ (circular Loop) کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی تحسیب کرنے کے لیے، بائیٹ — سیورٹ قانون استعمال کریں گے۔

مثال 4.6

4.6 ایک دائری کرنٹ لوپ کے محور پر مقناطیسی میدان

(Magnetic Field on the Axis of a Circular Current Loop)

اس حصہ میں ہم ایک دائری لچھے (circular coil) کی وجہ سے اس کے محور پر پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی قدر معلوم کریں گے۔ اس قدر کے معلوم کرنے میں، پچھلے حصے میں بتایا گیا، لامتناہی قلیل کرنٹ اجزا ($Id\vec{l}$) کے اثر کو جمع کیا جائے گا۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ کرنٹ قائم (Steady) ہے اور قدر آزاد فضا میں معلوم کی جارہی ہے (یعنی کہ خلا میں)۔ شکل 4.11 میں ایک دائری لوپ دکھایا گیا ہے، جس میں ایک قائم کرنٹ I بہہ رہا ہے۔ لوپ کو y—z مستوی میں رکھا گیا ہے اور اس کا مرکز مبدہ O پر ہے اور اس کا نصف قطر R ہے۔ x— محور لوپ کا محور ہے۔ ہم اس محور کے ایک نقطہ P پر مقناطیسی میدان کی تحسیب کرنا چاہتے ہیں۔ فرض کیجیے کہ لوپ کے مرکز O سے P کا فاصلہ x ہے۔



شکل 4.11: نصف قطر R کے کرنٹ بردار دائری لوپ کے محور پر مقناطیسی میدان — مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ (خطی جز $d\vec{l}$ کی وجہ سے پیدا ہونے والا) اور محور کے متوازی اور محور پر عمود اس کے اجزا دکھائے گئے ہیں۔

لوپ کا ایک ایصالی جز $d\vec{l}$ لیجیے۔ اسے شکل 4.11 میں دکھایا گیا ہے۔ $d\vec{l}$ کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ کی عددی قدر بائیٹ — سیورٹ قانون [مساوات (4.11(a)] سے دی جاتی ہے:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\left|d\vec{l} \times \vec{r}\right|}{r^3} \qquad (4.12)$$

اب، $r^2 = x^2 + R^2$، مزید یہ کہ لوپ کا کوئی بھی جز، جز سے محوری نقطے تک کے نقل سمتیہ پر عمود ہوگا۔ مثلاً شکل 4.11 میں جز $d\vec{l}$، z — y مستوی میں ہے، جب کہ $d\vec{l}$ سے محوری نقطہ P تک نقل سمتیہ $\vec{r}$، x—y مستوی میں ہے۔ اس لیے: $|d\vec{l} \times \vec{r}| = r\, dl$، اس لیے

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{\left(x^2 + R^2\right)} \quad (4.13)$$

کی سمت، شکل 4.11 میں دکھائی گئی ہے۔ یہ $d\vec{l}$ اور $\vec{r}$ سے تشکیل دیے گئے مستوی پر عمود ہے۔ اس کا ایک x— جز $d\vec{B}_x$ ہے اور ایک جز، x— محور پر عمود، $d\vec{B}_\perp$ ہے۔ جب x— محور پر سب اجزا کو جمع کیا جاتا ہے، تو وہ ایک دوسرے کی تنسیخ کردیتے ہیں اور ہمیں ایک نل (Null) نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، $d\vec{l}$ کی وجہ سے پیدا ہونے والا $d\vec{B}_\perp$ جز کی تنسیخ اس کے قطری طور پر مخالف (diametrically opposite) $d\vec{l}$ جز کردیتا ہے، جسے شکل 4.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اس لیے صرف x— جز باقی رہتا ہے۔ x— سمت میں کل مقناطیسی میدان، $dB_x = dB \cos\theta$ کا پورے لوپ پر تکملہ کرکے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ شکل 4.11 کے لیے

$$\cos\theta = \frac{R}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \tag{4.14}$$

مساوات (4.13) اور مساوات (4.14) سے

$$dB_x = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi} \frac{R}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

اجزا $d\vec{l}$ کو پورے لوپ پر جمع کرنے سے $2\pi R$ حاصل ہوتا ہے، جو لوپ کا محیط (circumference) ہے۔ اس لیے پورے دائری لوپ کی وجہ سے نقطہ P پر پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان ہے۔

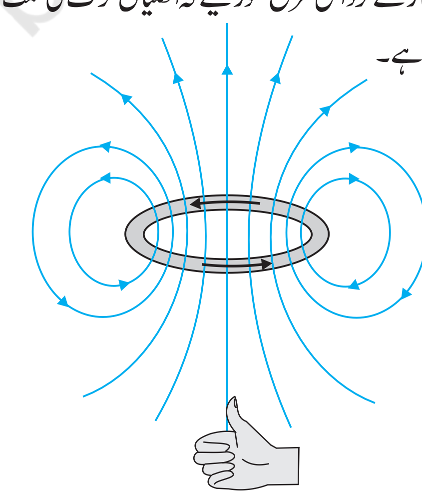
$$\vec{\mathbf{B}} = B_x \hat{\mathbf{i}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}} \hat{\mathbf{i}} \tag{4.15}$$

مندرجہ بالا نتیجے کی ایک خصوصی صورت کے بطور، ہم لوپ کے مرکز پر میدان حاصل کرسکتے ہیں۔ یہاں: x=0 اور ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\vec{\mathbf{B}}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{\mathbf{i}} \tag{4.16}$$

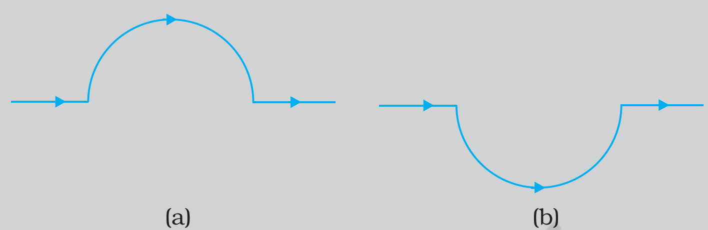
ایک دائری تار کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدانی خطوط بند لوپ بناتے ہیں، جنھیں شکل 4.12 میں دکھایا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی سمت ایک (دوسرے) دائیں۔ ہاتھ انگوٹھا قاعدے کے ذریعے دی جاتی ہے، جسے ذیل میں بیان کیا گیا ہے:

اپنے دائیں ہاتھ کی ہتھیلی کو دائری تار کے گرد اس طرح موڑیے کہ انگلیاں کرنٹ کی سمت کی نشاندہی کریں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، مقناطیسی میدان کی سمت بتاتا ہے۔



شکل 4.12: ایک کرنٹ لوپ کے لیے مقناطیسی میدانی خطوط — میدان کی سمت حصہ 4.6 میں بیان کیے گئے دائیں ہاتھ — انگوٹھا قاعدے سے دی جاتی ہے۔ لوپ کی اوپری جانب کو ایک مقناطیس کے بہ طور شمالی قطب اور نچلی جانب کو بہ طور جنوبی قطب سمجھا جاسکتا ہے۔

مثال 4.7: ایک مستقیم تار کو، جس میں 12A کرنٹ بہہ رہا ہے، 2.0cm نصف قطر کے نصف دائری قوس (semi-circular arc) کی شکل میں موڑا گیا ہے، جیسا کہ شکل 4.13(a) میں دکھایا گیا ہے۔ قوس کے مرکز پر مقناطیسی میدان $\vec{B}$ لیجیے (a) مستقیم قطعات (straight segments) کی وجہ سے مقناطیسی میدان کیا ہے؟ (b) $\vec{B}$ میں نصف دائرہ کا حصہ ایک دائری لوپ کے حصے سے کس طور پر مختلف ہے اور کس طور پر یکساں ہے؟ (c) کیا آپ کا جواب مختلف ہوگا، اگر تار کو یکساں نصف قطر کے نصف دائری قوس میں موڑا جائے، لیکن پہلے طریقے کے مخالف طریقے سے۔ جیسا شکل (b) 4.13 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 4.13

حل:

(a) مستقیم قطعات کے ہر ایک جز کے لیے $d\vec{l}$ اور $\vec{r}$ متوازی ہیں۔ اس لیے: $d\vec{l} \times \vec{r}=0$ مستقیم قطعات کا $\vec{B}$ میں کوئی حصہ نہیں ہوتا۔

(b) نصف دائری قوس کے تمام قطعات کے لیے تمام $d\vec{l} \times \vec{r}$ ایک دوسرے کے متوازی ہیں (کاغذ کے مستوی میں، اندر کی جانب)۔ ان میں سے ہر ایک کا حصہ عددی مقدار میں جمع ہو جاتا ہے۔ اس لیے ایک نصف دائری قوس کے لیے $\vec{B}$ کی سمت دائیں۔ ہاتھ قاعدے سے دی جاتی ہے اور عددی قدر دائری لوپ کی عددی قدر کی آدھی ہے۔ اس لیے $\vec{B}$، 1.9×10^{-4}T ہے، جس کی سمت کاغذ کے مستوی پر عمود، اندر کی جانب ہے۔

(c) $\vec{B}$ کی یکساں عددی قدر لیکن سمت میں (b) کی سمت کے مخالف

مثال 4.7

مثال 4.8: ایک 10cm نصف قطر کا تختی سے لپیٹا گیا 100 چکروں کا لچھا (Coil) لیجیے، جس میں 1A کرنٹ بہہ رہا ہے۔ لچھے کے مرکز پر مقناطیسی میدان کی عددی قدر کیا ہے۔

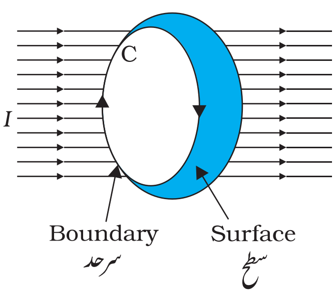
حل: کیونکہ لچھا تختی سے لپٹا ہوا ہے، اس لیے ہم ہر دائری جز کا یکساں نصف قطر؛ R = 10 cm = 0.1m مان سکتے ہیں۔ چکروں کی تعداد: N = 100، مقناطیسی میدان کی عددی قدر ہے:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 1}{2 \times 10^{-1}} = 6.28 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

مثال 4.8

4.7 ایمپیئر کا سرکٹی قانون (Ampere's Circuital Law)

بائیٹ — سیورٹ قانون کو ظاہر کرنے کا ایک متبادل اور پسند آنے والا طریقہ بھی ہے۔ایمپیئر کا سرکٹی قانون ایک کھلی سطح (open surface) لیتا ہے جس کی ایک سرحد (boundary) ہے۔ہم سرحد کو متعدد چھوٹے چھوٹے خطی اجزا سے بنا ہوا مان سکتے ہیں۔ایسا ایک جز لیجیے، جس کی لمبائی dl ہے۔ہم اس جز پر مقناطیسی میدان B_t کے مماسی جز کی قدر لیتے ہیں اور اسے جز کی لمبائی dl سے ضرب کرتے ہیں [نوٹ کریں $B_t\, dl = \vec{B}\cdot d\vec{l}$]۔ایسے تمام حاصل ضرب کو جمع کیا جاتا ہے۔ہم وہ حد لیتے ہیں، جس میں اجزا کی لمبائیاں کم سے کم ہوتی جاتی ہیں اور ان کی تعداد زیادہ سے زیادہ ہوتی جاتی ہے۔تب یہ حاصل جمع، تکملہ ہوتا جاتا ہے۔ایمپیئر کے سرکٹی قانون کا بیان ہے کہ یہ تکملہ، گنا، سطح سے گذرنے والے کل کرنٹ کے مساوی ہے۔یعنی کہ



شکل 4.13

$$\oint \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 I \qquad [4.17(a)]$$

جہاں I سطح سے گذرنے والا کل کرنٹ ہے۔تکملہ سطح کی سرحد C پر منطبق بند لوپ پر لیا جاتا ہے۔اوپر دیے ہوئے رشتے میں ایک علامت۔قرارداد شامل ہے، جو دائیں ہاتھ قاعدے سے دی جاتی ہے۔دائیں ہاتھ کی انگلیوں کو اس چکری سمت (Sense) میں موڑیے، جس میں لوپ تکملہ $\oint \vec{B}.d\vec{l}$ میں سرحد طے کی جاتی ہے۔تب انگوٹھے کی سمت وہ چکری سمت دے گی جس میں کرنٹ کو مثبت مانا جاتا ہے۔

زیادہ تر استعمالات میں، مساوات [4.17(a)] کی ایک کہیں زیادہ سادہ شکل کافی ثابت ہوتی ہے۔ہم فرض کرتے ہیں کہ ان صورتوں میں، لوپ [جو ایمپیئر ی لوپ (Amperian Loop) کہلاتا ہے] کو اس طرح منتخب کرنا ممکن ہے کہ لوپ کا ہر نقطہ پر یا تو

(i) لوپ پر مماسی ہے اور ایک غیر صفر مستقلہ B ہے، یا

(ii) لوپ پر عمودی ہے یا

(iii) معدوم ہو جاتی ہے (صفر ہے)۔

اب فرض کیجیے کہ L لوپ کی وہ لمبائی (حصہ) ہے، جس کے لیے B مماسی ہے۔فرض کیجیے I_e وہ کرنٹ ہے جو لوپ میں بند ہے۔تب مساوات (4.17) تحلیل ہو جاتی ہے:

$$BL = \mu_0 I_e \qquad [4.17\ (b)]$$

جب ایک ایسا نظام ہوتا ہے، جس میں تشاکل (symmetry) پایا جاتا ہے، جیسے شکل 4.15 میں دکھایا گیا مستقیم، لامتناہی، کرنٹ بردار تار، تو ایمپیئر کے قانون کے ذریعے مقناطیسی میدان کی قدر معلوم کرنا آسان ہو جاتا ہے، بالکل اسی طرح جیسے گاس کے قانون سے برقی میدان معلوم کرنا آسان ہو جاتا ہے۔یہ ذیل میں مثال 4.9 کے ذریعے دکھایا گیا ہے۔لوپ کی منتخب کی گئی سرحد ایک دائرہ ہے اور مقناطیسی میدان، دائرہ کے حیطہ کے مماسی

ہے۔مساوات [(b) 4.17] کی بائیں سمت کے لیے،اس قانون سے حاصل ہوتا ہے: B. 2πr،ہمیں حاصل ہوتا ہے کہ تار سے باہر کی سمت میں،r فاصلہ پر مقناطیسی میدان مماسی ہے اور دیا جاتا ہے:

$$B \times 2\pi r = \mu_0 \; I,$$

$$B = \frac{\mu_0 \; I}{2\pi r}$$

لامتناہی تار کے لیے مندرجہ بالا نتیجہ کئی نظریوں سے دلچسپ ہے۔

(i) اس سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ نصف قطر 'r' کے دائرہ (جب کے تار محور پر ہے) کے ہر نقطہ پر میدان کی عددی قدر یکساں ہے۔دوسرے لفظوں میں،مقناطیسی میدان میں ایک اسطوانی تشاکل (cylindrical symmetry) پایا جاتا ہے۔میدان جو عام طور سے تین کوآرڈی نیٹوں کے تابع ہوتا ہے،صرف ایک 'r' کے تابع ہے۔جب بھی کوئی تشاکل پایا جاتا ہے،نتیجہ سادہ ہوجاتا ہے۔

(ii) اس دائرہ کے کسی بھی نقطہ پر،میدان کی سمت،دائرہ پر مماسی ہے۔اس لیے مقناطیسی میدان کے مستقلہ عددی قدر کے خطوط ہم مرکز (concentric) دائرے تشکیل کرتے ہیں۔اب دیکھیے، شکل (c)4.1 میں لوہے کا برادہ ہم مرکز دائرے بنا رہا ہے۔یہ خطوط،جو مقناطیسی میدان خطوط کہلاتے ہیں،بند لوپ بناتے ہیں۔یہ برق — سکونی میدانی خطوط سے مختلف ہیں جو مثبت چارج سے شروع ہوتے ہیں اور منفی چارج پر ختم ہوتے ہیں۔ایک مستقیم تار کے مقناطیسی میدان کی ریاضیاتی عبارت،اورسٹیڈ کے تجربات کا نظری جواز فراہم کرتی ہے۔

(iii) ایک نوٹ کرنے کے لائق دلچسپ نکتہ یہ ہے کہ حالانکہ تار لامتناہی ہے،اس کی وجہ سے ایک غیر صفر فاصلہ پر پیدا ہونے والا میدان لامتناہی نہیں ہے۔میدان،کرنٹ کے راست متناسب اور کرنٹ وسیلے (لامتناہی لمبے) سے فاصلے کے مقلوب متناسب ہے۔

(iv) ایک لمبے تار کے ذریعے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی سمت معلوم کرنے کا ایک سادہ قاعدہ ہے یہ قاعدہ، جو دایاں۔ہاتھ قاعدہ کہلاتا ہے،* ہے:

تار کو اپنے دائیں ہاتھ میں اس طرح پکڑیے کہ آپ کا باہر نکلا ہوا انگوٹھا کرنٹ کی سمت کی جانب اشارہ کرے۔آپ کی انگلیاں،مقناطیسی میدان کی سمت میں مڑیں گی۔

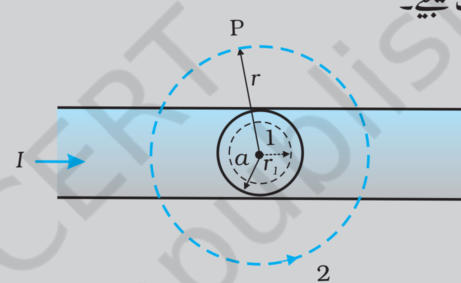
اندرے ایمپیئر (Andre Ampere 1755—1836)

اندرے میری ایمپیئر (Andre Marie Ampere) ایک فرانسیسی طبیعات داں،ریاضی داں اور کیمیاداں تھے،جنھوں نے برقی حرکیات کے سائنس کی بنیاد رکھی۔ایمپیئر بچپن سے ہی غیر معمولی ذہین تھے اور انھوں نے 12 برس کی عمر تک پہنچتے پہنچتے اعلیٰ ریاضی پر عبور حاصل کرلیا۔ایمپیئر نے اورسٹیڈ کی دریافت کی اہمیت کو سمجھ لیا اور کرنٹ-برق اور مقناطیسیت کے درمیان رشتے کی چھان بین کرنے کے لیے بہت سے تجربات کیے۔''صرف تجربات سے اخذ کیا گیا،برق-حرکی مظاہر کا ریاضیاتی نظریہ'' (Mathematical theory of Electrodynamic phenomena, Deduced solely from experiments") انھوں نے مفروضہ (hypo- thesised) قائم کیا کہ تمام مقناطیسی مظاہر،دورانی برقی کرنٹ کی وجہ سے رونما ہوتے ہیں۔ایمپیئر بہت منکسر المزاج اور غائب دماغ تھے۔وہ ایک بار شہنشاہ نپولین کی رات کے کھانے کی دعوت بھی بھول گئے۔61 سال کی عمر میں ان کا انتقال نمونیہ کے مرض سے ہوا۔ان کے قبر کے پتھر پر یہ عبارت لکھی ہے: آخر کار خوش (Happy at last)

(*نوٹ کریں کہ دو الگ الگ دائیں ہاتھ قانون ہیں ایک وہ جو کرنٹ۔لوپ کے محور پر $\vec{B}$ کی سمت دیتا ہے اور دوسرا وہ جو مستقیم ایصالی تار کے لیے $\vec{B}$ کی سمت دیتا ہے۔دونوں میں انگلیاں اور انگوٹھا مختلف کردار ادا کرتے ہیں۔)

ایمپیئر کا سرکٹی قانون، مواد کے لحاظ سے، بائیٹ — سیورٹ قانون سے نیا نہیں ہے۔ دونوں قانون مقناطیسی میدان اور کرنٹ میں رشتہ دیتے ہیں اور دونوں ایک قائم برقی کرنٹ کے یکساں طبعی نتائج بیان کرتے ہیں۔ ایمپیئر کا قانون، بائیٹ — سیورٹ قانون کے لیے ویسا ہی ہے، جیسا گاس کا قانون، کولمب کے قانون کے لیے ہے۔ ایمپیئر کا قانون اور گاس کا قانون دونوں، سرحد پر ایک طبعی مقدار (مقناطیسی یا برقی میدان) اور ایک دوسری طبعی مقدار، یعنی وسیلہ (کرنٹ یا چارج) میں اندرونی رشتہ دیتے ہیں۔ ہم یہ بھی نوٹ کر سکتے ہیں کہ ایمپیئر کا سرکٹی قانون قائم کرنٹ کے لیے درست ہے، جو وقت کے ساتھ کم زیادہ نہیں ہوتا۔ مندرجہ ذیل مثال ہماری یہ سمجھنے میں مدد کرے گی کہ گھرے ہوئے (بند enclosed) کرنٹ سے کیا مطلب ہے۔

مثال 4.9: شکل 4.15 میں ایک دائری تراشے (نصف قطر a) کا لمبا مستقیم تار دکھایا گیا ہے، جس میں قائم کرنٹ I بہہ رہا ہے۔ کرنٹ I پورے تراشے پر ہموار طور پر تقسیم ہے۔ علاقہ $r < a$ اور علاقہ $r > a$ میں مقناطیسی میدان کی تحسیب کیجیے۔



شکل 4.15

حل: (a) صورت $r > a$ لیجیے۔ ایمپیئری لوپ، جسے 2 لیبل کیا گیا ہے، تراشہ سے ہم مرکز ایک دائرہ ہے۔ اس لوپ کے لیے:

$$L = 2\pi r$$

I_e = لوپ سے گھرا ہوا کرنٹ = I

نتیجہ، لمبے مستقیم تار کے لیے جانی پہچانی ریاضیاتی عبارت ہے

$$B\,(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad [4.19(a)]$$

$$B \propto \frac{1}{r}\ (r > a)$$

(b) $r < a$ کی صورت لیجیے۔ ایمپیئری لوپ ایک دائرہ ہے، جسے 1 لیبل کیا گیا ہے۔ اس لوپ کے لیے، دائرہ کا نصف قطر r مانتے ہوئے،

$$L = 2\pi r$$

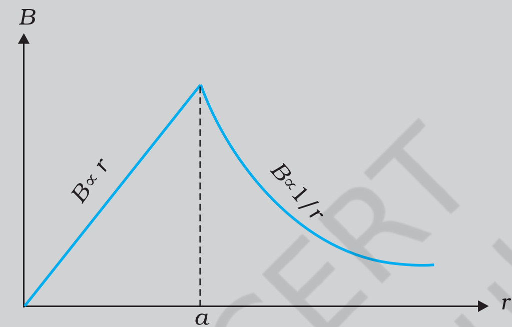
اب گھرا ہوا I کرنٹ I_e، I نہیں ہے، بلکہ اس قدر سے کم ہے۔ کیونکہ کرنٹ کی تقسیم ہموار ہے، اس لیے گھرا ہوا کرنٹ ہے:

$$I_e = I\left(\frac{\pi r^2}{\pi a^2}\right) = \frac{Ir^2}{a^2}$$

ایمپئیر کا قانون استعمال کرتے ہوئے:

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\right) r \quad [4.19(b)]$$

$$B \propto r \qquad (r < a)$$



شکل 4.16 میں، B کی عددی قدر کا تار کے مرکز سے فاصلے r کے ساتھ گراف دکھایا گیا ہے۔ میدان کی سمت، متطابق دائری لوپ (1 یا 2) کے مماسی ہے اور پچھلے حصے میں بیان کیے گئے دایاں۔ہاتھ قاعدے سے دی جاتی ہے۔

اس مثال میں درکار تشاکل پایا جاتا ہے، اس لیے ایمپئیر کا قانون بہ آسانی استعمال کیا جا سکتا ہے۔

یہ نوٹ کرنا چاہیے کہ ایمپئیر کا سرکٹی قانون حالانکہ کسی بھی لوپ کے لیے درست ہے لیکن ضروری نہیں ہے کہ ہر صورت میں اس سے مقناطیسی میدان کی قدر معلوم کرنے میں سہولت ہو۔ مثال کے طور پر، حصہ 4.6 میں بیان کیے گئے دائری لوپ کے لیے یہ لوپ کے مرکز پر میدان کے لیے سادہ ریاضیاتی عبارت [مساوات (4.16)] حاصل کرنے کے لیے نہیں استعمال کیا جا سکتا ہے۔ اگلے حصے میں ہم اس کا استعمال، دو عام طور سے استعمال ہونے والے اور بہت کارآمد مقناطیسی نظاموں — سولی نوئڈ (solenoid) اور ٹورائڈ (toroid) کے ذریعے پیدا کیے گئے مقناطیسی میدانوں کی تحسیب کے لیے کریں گے۔

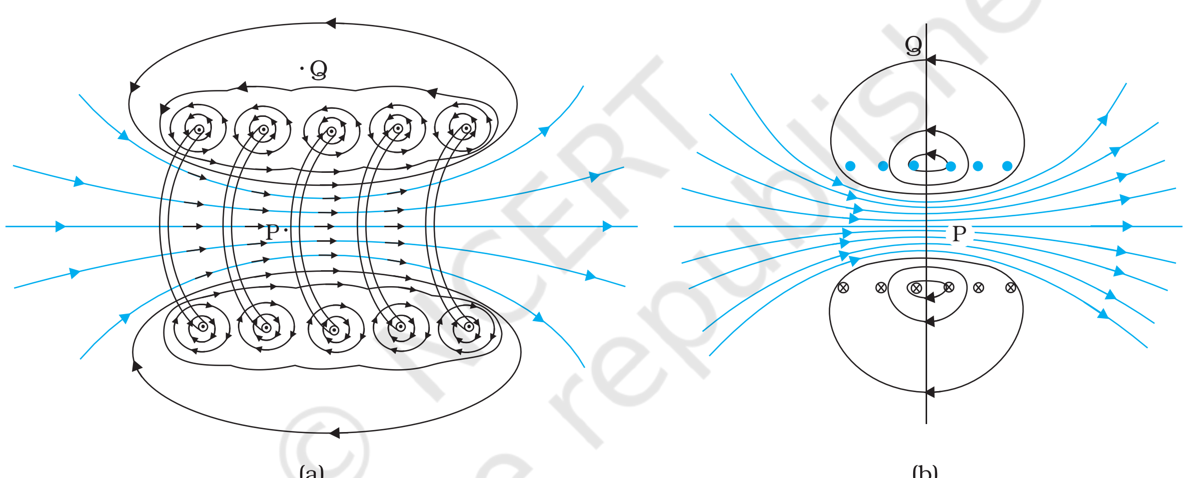
4.8 سولی نوئڈ اور ٹورائڈ (The Solenoid and the Toroid)

سولی نوئڈ اور ٹورائڈ دو ایسے آلات کے حصے ہیں جن سے مقناطیسی میدان پیدا کیا جاتا ہے۔ ٹیلی ویژن میں مطلوبہ مقناطیسی

میدان پیدا کرنے کے لیے سولی نوئڈ استعمال کیا جاتا ہے۔سن کروٹران (synchrotron) میں مطلوبہ اونچے مقناطیسی میدان پیدا کرنے کے لیے دونوں کا مجموعہ استعمال ہوتا ہے۔سولی نوئڈ اور ٹورائڈ دونوں میں اعلیٰ تشاکل کی صورت پائی جاتی ہے،اس لیے ہم بہ آسانی ایمپئیر کا قانون استعمال کرسکتے ہیں۔

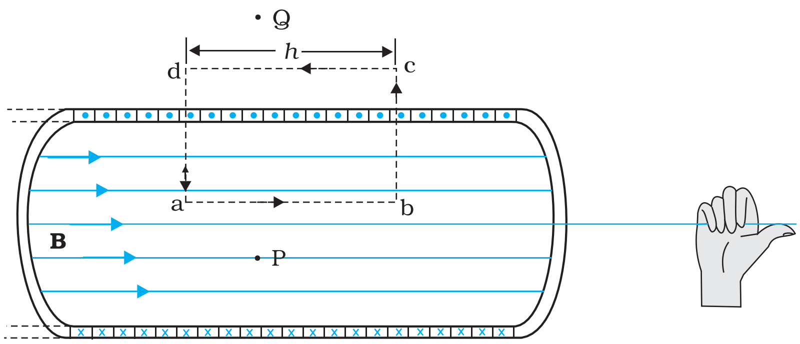
4.8.1 سولی نوئڈ (The solenoid)

ہم ایک لمبے سولی نوئڈ کی بات کریں گے۔لمبے سولی نوئڈ سے ہمارا مطلب ہے کہ سولی نوئڈ کی لمبائی اس کے نصف قطر کے مقابلے میں بہت زیادہ ہے۔یہ ایک لمبے تار پر مشتمل ہوتا ہے جو ایک مرغوبہ کی شکل میں لپٹا ہوا ہوتا ہے اور جس میں پڑوسی چکروں کے درمیان بہت کم جگہ ہوتی ہے۔اس طرح ہر چکر (Turn) کو ایک دائری لوپ مانا جاسکتا ہے۔کل مقناطیسی میدان،تمام چکروں کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدانوں کا سمتیہ حاصل جمع ہوتا ہے۔لپیٹنے کے لیے انیمل کیے ہوئے (Enamelled) تار استعمال کیے جاتے ہیں تاکہ چکر ایک دوسرے سے حاجز شدہ رہیں۔

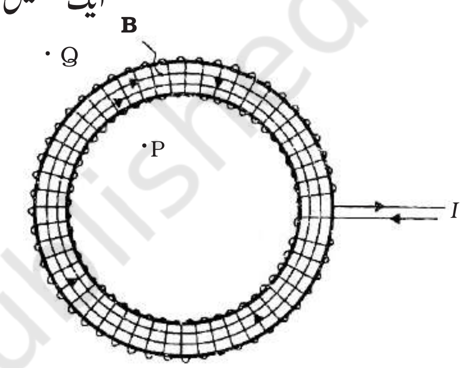


شکل 4.17 (a) سولی نوئڈ کے ایک تراشے کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان،تراشہ کو وضاحت کے لیے بڑا دکھایا گیا ہے۔صرف باہری نصف دائری حصہ دکھایا گیا ہے۔نوٹ کریں کہ پڑوسی چکروں کے مابین دائری لوپ کس طرح ایک دوسرے کی تنسیخ کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔(b) ایک متناہی سولی نوئڈ کا مقناطیسی میدان

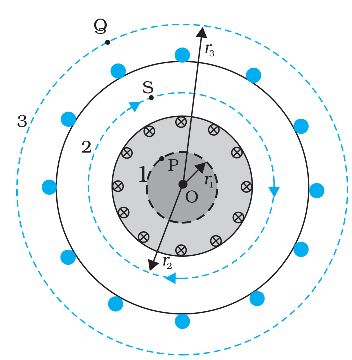
شکل 4.17 میں ایک متناہی سولی نوئڈ کے لیے مقناطیسی میدانی خطوط دکھائے گئے ہیں۔ہم نے شکل (a) 4.17 میں اس سولی نوئڈ کے ایک تراشے (section) کو بڑا کرکے دکھایا ہے۔شکل (a) 4.17 میں،دائری لوپوں سے یہ واضح ہوجاتا ہے کہ دو پڑوسی چکروں کے درمیان میدان معدوم ہوجاتا ہے۔شکل (b) 4.17 میں ہم دیکھتے ہیں کہ اندرونی وسطی نقطہ P (interior mid-point) پر میدان،ہموار،طاقت ور اور سولی نوئڈ کے محور کی جانب ہے۔باہری وسطی نقطہ Q پر میدان کمزور ہے اور ساتھ ہی ساتھ سولی نوئڈ کے محور کی سمت میں ہے اور اس کا کوئی عمودی جز نہیں ہے۔جیسے جیسے سولی نوئڈ کو مزید لمبا بنایا جاتا ہے،یہ ایک لمبی اسطوانی دھاتی چادر جیسا نظر آنے لگتا ہے۔شکل 4.18 میں یہ مثالی تصویر دکھائی گئی ہے۔سولی نوئڈ کے باہر میدان صفر کے نزدیک ہوتا ہے۔ہم فرض کرلیتے ہیں کہ باہر میدان صفر ہے۔اندر ہر جگہ میدان محور کے متوازی ہوجاتا ہے۔



شکل 4.18:ایک بہت لمبے سولی نوئڈ کا مقناطیسی میدان— ہم میدان معلوم کرنے کے لیے ایک مستطیل ایمپیئر ی لوپ abcd لیتے ہیں۔



(a)



(b)

شکل 4.19 (a):ایک ٹورائڈ،جس میں کرنٹ I بہہ رہا ہے(b) ٹورائڈ کا ایک تراشہ — ٹورائڈ کے مرکز O سے کسی بھی منتخب کیے گئے فاصلے r پر مقناطیسی میدان،امپیر سرکٹی قانون سے حاصل کیا جاسکتا ہے،1،2،3 لیبل کیے گئے ڈیش (.......) خطوط،تین دائری ایمپیر ی لوپ ہیں۔

ایک مستطیل ایمپیئر ی لوپ abcd لیجیے۔cd پر میدان صفر ہے،جیسا کہ پہلے وجہ بتائی جا چکی ہے۔عرضی حصوں bc اور ad پر،میدان کا جز صفر ہے۔اس لیے یہ دونوں حصے میدان میں کوئی حصہ نہیں دیتے۔فرض کیجیے کہ ab پر میدان B ہے۔اس لیے ایمپیئر ی لوپ کی قابل لحاظ لمبائی ہے: L=h

فرض کیجیے کہ n، چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی ہے،تب چکروں کی کل تعداد nh ہے۔گھرا ہوا کرنٹ (enclosed current) ہے: $I_e = I\,(n\,h)$ جہاں I سولی نوئڈ میں کرنٹ ہے۔ایمپیئر سرکٹی قانون مساوات [4.17 (b)] ہے:

$$BL = \mu_0\, I_e, \quad B\,h = \mu_0 I\,(n\,h)$$

$$B = \mu_0\, n\, I \qquad (4.20)$$

میدان کی سمت دائیں۔ہاتھ قاعدہ سے دی جاتی ہے۔سولی نوئڈ عام طور سے ایک ہموار مقناطیسی میدان حاصل کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ہم اگلے باب میں دیکھیں گے کہ سولی نوئڈ کے اندر ایک نرم لوہے کا قالب (soft iron core) رکھ کر بڑا میدان حاصل کرنا ممکن ہے۔

4.8.2 ٹورائڈ: (The Toroid)

ٹورائڈ ایک کھوکھلا دائری چھلا (hollow circular ring) ہوتا ہے،جس پر ایک تار کے بہت بڑی تعداد میں چکر قریب قریب لپیٹے ہوئے ہوتے ہیں۔اس کو ایک ایسا سولی نوئڈ مانا جاسکتا ہے جسے موڑ کر اس کے دونوں سرے ملا دیے گئے ہیں اور اس طرح ایک دائری شکل دے دی گئی ہے۔اسے شکل 4.19(a) میں دکھایا گیا ہے،اس میں کرنٹ I بہہ رہا ہے۔ہم دیکھیں گے کہ ٹورائڈ کے اندر کھلی جگہ (نقطہ P) اور ٹورائڈ سے باہر مقناطیسی میدان (نقطہ Q) صفر ہے۔ایک قریب قریب لپیٹے ہوئے چکروں کے مثالی ٹورائڈ کے لیے،اندر کی طرف مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی عددی قدر مستقلہ ہے۔

شکل 4.19(b) میں ٹورائڈ کا ایک تراشہ دکھایا گیا ہے۔دائری لوپوں کے دایاں۔ہاتھ انگوٹھا

قاعدے کے مطابق ٹورائڈ کے اندر،میدان کی سمت گھڑی کی سوئیوں کی حرکت کی سمت میں ہوتی ہے۔ڈیش (.......) خطوط کے ذریعے تین دائری ایمپیری لوپ 1 ،2 ،3 دکھائے گئے ہیں۔تشاکل کے مطابق،مقناطیسی میدان،ان میں سے ہر ایک پر مماسی ہونا چاہیے اور ایک دیے ہوئے لوپ کے لیے اس کی عددی قدر مستقلہ ہونا چاہیے۔لوپ 2 اور لوپ 3، سے احاطہ کیے ہوئے (Bounded) دونوں دائری رقبے ٹورائڈ کو قطع کرتے ہیں،اس طرح کرنٹ بردار تار کا ہر چکر لوپ 2 کے ذریعے ایک مرتبہ اور لوپ 3 کے ذریعے 2 مرتبہ قطع ہوتا ہے۔

فرض کیجیے لوپ 1 پر مقناطیسی میدان کی عددی قدر B_1 ہے۔تب ایمپیر کے سرکٹ قانون [مساوات 4.17 (a)] میں $L = 2\pi\ r_1$ لیکن لوپ سے گھرا ہوا کوئی کرنٹ نہیں ہے۔اس لیے $I_e = 0$ ،اس لیے

$$B_1\ (2\ \pi\ r_1) = \mu_0(0), \quad B_1 = 0$$

اس لیے ٹورائڈ کے اندر کھلی جگہ میں کسی بھی نقطہ P پر مقناطیسی میدان صفر ہے۔

اب ہم دکھائیں گے کہ اسی طرح Q پر بھی مقناطیسی میدان صفر ہے،فرض کیجیے کہ لوپ 3 پر مقناطیسی میدان کی عددی قدر B_3 ہے۔ایک بار پھر،ایمپیر کے قانون سے: $L = 2\pi\ r_3$ لیکن تراشی قطعہ سے ہم دیکھتے ہیں کہ کاغذ کے مستوی سے باہر آ رہا کرنٹ،کاغذ کے مستوی میں اندر جا رہے کرنٹ سے قطعی طور پر قطع ہو جاتا ہے۔اس لیے، $I_e = 0$ اور

$$B_3 = 0$$

اب فرض کیجیے کہ ٹورائڈ کے اندر مقناطیسی میدان B ہے۔اب ہم S پر مقناطیسی میدان معلوم کرتے ہیں۔ایک بار پھر ہم مساوات [4.17(a)] کی شکل میں ایمپیر کا قانون استعمال کرتے ہیں۔ہمیں حاصل ہوتا ہے: $L = 2\pi r$ گھرا ہوا کرنٹ، (ٹورائڈ نما لچھے کے N چکروں کے لیے) ہے: NI

$$B\ (2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \tag{4.21}$$

اب ہم ٹورائڈ اور سولی نائڈ کے لیے حاصل کیے گئے دونوں نتائج کا مقابلہ کرتے ہیں۔ہم مساوات (4.21) کو دوسری شکل میں لکھتے ہیں تاکہ سولی نائڈ کے لیے مساوات (4.20) میں دیے گئے نتیجے سے مقابلہ کرنا آسان ہو سکے۔فرض کیجیے r ٹورائڈ کا اوسط نصف قطر ہے اور N، چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی ہے۔تب

سولی نائڈ کا محیط (اوسط) = $N = 2\pi r\ n$

× چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی

اور اس لیے

$$B = \mu_0\ n\ I \tag{4.22}$$

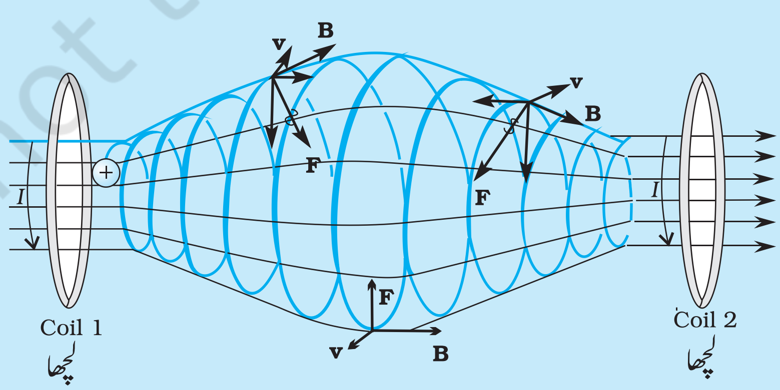
یعنی کہ،سولی نائڈ کے لیے حاصل کیا گیا نتیجہ

ایک مثالی ٹورائڈ میں لچھے (Coils) دائری ہوتے ہیں۔اصلیت میں ٹورائڈ کے کوائل (لچھے) کے چکر ایک مرغولہ (helix) تشکیل دیتے ہیں اور ٹورائڈ سے باہر ہمیشہ ایک چھوٹا برقی میدان ہوتا ہے۔

مقناطیسی قید

ہم حصہ 4.3 میں دیکھ چکے ہیں (اس باب میں پہلے، بکس میں دیا ہوا، چارج شدہ ذرات کی مرغوبی حرکت پر مواد بھی دیکھیے) کہ چارج شدہ ذرات کے مدار مرغوبی ہوتے ہیں۔اگر مقناطیسی میدان غیر ہموار ہو،لیکن ایک دائری مدار کے دوران زیادہ تبدیل نہ ہوتا ہو تو جب مرغولہ مقابلتاً زیادہ طاقت ور مقناطیسی میدان میں داخل ہوگا،اس کا نصف قطر کم ہو جائے گا اور جب وہ مقابلتاً کم زور طاقت ور میدان میں داخل ہوگا تو نصف قطر بڑھ جائے گا۔ہم دو سولی نائڈ لیتے ہیں جو ایک دوسرے سے کچھ فاصلے پر ہیں اور ایک خلا کیے ہوئے برتن (evacuated container) میں بند ہیں (نیچے دی ہوئی شکل دیکھیے جہاں ہم نے برتن نہیں دکھایا ہے)۔دونوں سولی نائڈ کے درمیانی علاقے میں حرکت کر رہے چارج شدہ ذرات ایک چھوٹے نصف قطر سے شروع کریں گے۔نصف قطر میں، جیسے جیسے میدان کم ہوگا، اضافہ ہوتا جائے گا اور نصف قطر پھر دوبارہ کم ہونے لگے گا، جب دوسرے سولی نائڈ کا میدان اثر انداز ہونے لگے گا۔سولی نائڈ ایک آئینے یا انعکاس کار کی طرح کام کرتے ہیں۔[جب ذرہ لچھے 2 (Coil 2) کے نزدیک پہنچتا ہے تو شکل میں $\vec{F}$ کی سمت دیکھیے۔اس کا ایک افقی جز ہے جو آگے کی سمت میں حرکت کے مخالف ہے] یہ ذرات کو سولی نائڈ پر پہنچنے پر مخالف سمت میں لوٹا دیتی ہے۔اس طرح کا انتظام ایک مقناطیسی بوتل یا مقناطیسی برتن کے بہ طور کام کرے گا۔ذرات کبھی بھی برتن کی دیواروں کو نہیں چھوسکیں گے۔ایسی مقناطیسی بوتلیں، اختلاط (فیوژن Fusion) تجربات کے دوران، اعلیٰ توانائی پلازما (high energy plasma) کو مقید کرنے میں، بہت کارآمد ہیں۔پلازما اپنے بہت زیادہ درجہ حرارت کی وجہ سے، کسی بھی مادے کے بنے ہوئے برتن کو توڑ دے گا۔ایک دوسرا کارآمد برتن ٹورائڈ ہے۔امید کی جاتی ہے کہ ٹورائڈ، ''ٹوکاماک'' (Tokamak) میں ایک کلیدی کردار نبھائیں گے۔ٹوکاماک، فیوژن تجربات میں پلازمہ کو مقید کرنے کا ایک تجرباتی آلہ ہے۔ایک بین الاقوامی شراکت (International Collaboration) ہے جو بین الاقوامی حرارتی۔نیوکلیائی تجرباتی ری ایکٹر (International Thermonuclear Experimental Reactor) (ITER) کہلاتا ہے، جو قابو شدہ فیوژن حاصل کرنے کے لیے فرانس میں لگایا جارہا ہے، ہندوستان بھی ان ملکوں میں سے ایک ہے جو اس میں شامل ہیں۔ITER شراکتی پروجیکٹ کی تفصیل کے لیے آپ جا سکتے ہیں:

http://www.iter.org.



مثال 4.10 ایک 0.5m لمبائی کے سولی نائڈ کا نصف قطر 1cm ہے اور یہ 500 چکروں کا بنا ہوا ہے۔ اس میں 5A کرنٹ ہے۔ سولی نائڈ کے اندر مقناطیسی میدان کی عددی قدر کیا ہے؟

حل: چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی ہے:

$$n = \frac{500}{0.5} = 1000 \ \text{چکر/میٹر}$$

$r = 0.01$ m = نصف قطر، $l = 0.5$ m = لمبائی اس لیے $\frac{l}{a} = 50,\ l >> a$

اس لیے، ہم لمبے سولی نائڈ کا فارمولا، یعنی مساوات (4.20) استعمال کر سکتے ہیں

$$B = \mu_0 n I$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 5$$

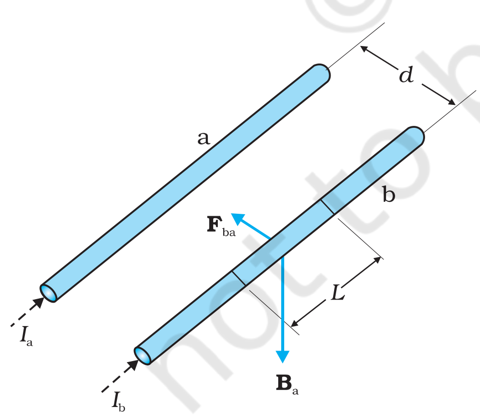
$$= 6.28 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

مثال 4.10

4.9 دو متوازی کرنٹ کے درمیان قوت — ایمپیر

(Force between Two Parallel Currents, the Ampere)

ہم سیکھ چکے ہیں کہ ایک ایسے موصل کی وجہ سے، جس میں سے کرنٹ گذر رہا ہو، مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے جو بائٹ — سیورٹ قانون کی پابندی کرتا ہے۔ ہم نے یہ بھی سیکھا ہے کہ ایک باہری مقناطیسی میدان ایک کرنٹ بردار موصل پر ایک قوت لگائے گا۔ یہ لورینٹز قوت فارمولے سے اخذ کیا جا سکتا ہے۔ اس لیے یہ امید کرنا منطقی ہے کہ اگر دو کرنٹ بردار موصلوں کو ایک دوسرے کے پاس رکھ دیا جائے تو وہ ایک دوسرے پر قوتیں (مقناطیسی) لگائیں گے۔ 25—1820 کے عرصے میں ایمپیر نے اس قوت کی طبع اور کرنٹ کی مقدار پر کنڈکٹروں کی شکل اور ناپ پر اور موصلوں کے درمیانی فاصلے پر اس کے انحصار کا مطالعہ کیا۔ اس حصہ میں ہم دو متوازی کرنٹ بردار موصلوں کی سادہ مثال لیں گے، جس سے شاید ہمیں ایمپیر کے دقت طلب کام کی اہمیت کا احساس ہو سکے۔



شکل 4.20: دو لمبے، مستقیم، متوازی موصل، جن میں قائم کرنٹ I_a اور I_b بہہ رہے ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ d ہے۔ $\vec{B}_a$، موصل 'a' کے ذریعے موصل 'b' پر پیدا کیا گیا مقناطیسی میدان ہے۔

شکل 4.20 میں دو لمبے، متوازی موصل a اور b دکھائے گئے ہیں، جن کے درمیان فاصلہ d ہے اور ان میں، بالترتیب، I_a اور I_b کرنٹ (متوازی) بہہ رہے ہیں۔ موصل 'a'، موصل 'b' کے تمام نقطوں پر یکساں مقناطیسی میدان B_a پیدا کرتا ہے۔ دایاں۔ ہاتھ قاعدہ ہمیں بتاتا ہے کہ اس میدان کی سمت نیچے کی جانب (downwards) ہے (جب موصلوں کو افقی طرز میں رکھا جاتا ہے)۔ اس کی عددی قدر

مساوات [4.19(a)] یا ایمپیر کے سرکٹی قانون سے دی جاتی ہے:

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

موصل b، جس میں سے کرنٹ بہہ رہا ہے، میدان کی وجہ سے ایک قوت دائیں/بائیں (side ways) محسوس کرے گا۔ اس قوت کی سمت موصل 'a' کی جانب ہوگی (اس کی تصدیق کیجیے)۔ ہم اس قوت کو لیبل کرتے ہیں — 'b' کے قطعہ L پر، 'a' کی وجہ سے قوت۔ اس قوت کی عددی قدر مساوات (4.4) سے دی جاتی ہے:

$$F_{ba} = I_b\, L\, B_a$$

$$= \frac{\mu_0\, I_a\, I_b}{2\pi d} L$$

بے شک، 'b' کی وجہ سے 'a' پر لگ رہی قوت کی تحسیب بھی ممکن ہے۔ اوپر دیے ہوئے طریقے سے ہم 'b' میں کرنٹ کی وجہ سے 'a' کے L لمبائی کے قطعہ پر لگ رہی قوت معلوم کر سکتے ہیں۔ یہ عددی قدر میں کے مساوی ہے اور b کی جانب ہے۔ اس لیے

$$\vec{F}_{ba} = -\vec{F}_{ab} \qquad (4.24)$$

نوٹ کریں کہ یہ نیوٹن کے تیسرے قانون سے ہم آہنگ ہے۔ اس طرح ہم نے کم از کم، متوازی موصلوں اور قائم کرنٹوں کے لیے تو دکھا دیا ہے کہ بائٹ — سیورٹ قانون اور لورینٹز قوت نیوٹن کے تیسرے قانون سے ہم آہنگ (Consistent) نتائج دیتے ہیں۔

ہم نے اوپر دیکھا کہ یکساں سمت میں بہہ رہے کرنٹ ایک دوسرے کشش کرتے ہیں۔ ہم یہ بھی دکھا سکتے ہیں کہ مخالف سمتوں میں بہنے والے کرنٹ ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں۔ اس لیے متوازی کرنٹ کشش کرتے ہیں اور مخالف متوازی کرنٹ دفع کرتے ہیں۔

یہ قاعدہ اس قاعدہ کے مخالف ہے جو ہم نے برق — سکونیات میں سیکھا تھا۔ یکساں (یکساں علامت) چارج ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں لیکن یکساں (متوازی) کرنٹ ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔

فرض کیجیے قوت فی اکائی لمبائی کی عددی قدر سے ظاہر کی جاتی ہے۔ تب مساوات (4.23) سے:

$$f_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \qquad (4.25)$$

مندرجہ بالا ریاضیاتی عبارت ایمپیر (A) کو معرف کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے، جو سات بنیادی SI اکائیوں میں سے ایک ہے۔

ایسا ہوتا ہے کہ جب ہمارے پاس وقت — تابع کرنٹ اور یا متحرک چارج ہوتے ہیں تو ہو سکتا ہے کہ چارجوں اور/یا موصلوں کے مابین قوتوں کے لیے نیوٹن کا تیسرا قانون درست نہ ہو۔ میکانیات میں، نیوٹن کے تیسرے قانون کا ایک لازمی نتیجہ، ایک جدا کیے ہوئے نظام (isolated system) کے معیار حرکت کی بقا ہے۔ بہر حال یہ برق — مقناطیسی میدانوں میں وقت — تابع حالات کی صورت میں بھی درست ہے، بشرطیکہ میدانوں کے ذریعے لے جائے جا رہے معیار حرکت کو بھی شامل کیا جائے۔

ایمپیر اس قائم کرنٹ کی قدر ہے، جسے اگر دو بہت لمبے، قائم، نا قابل لحاظ تراشی رقبے کے متوازی موصلوں میں سے ہر ایک میں برقرار رکھا جائے اور ان موصلوں کو خلا میں ایک دوسرے سے 1m کے فاصلے پر رکھا جائے تو وہ ان موصلوں میں سے ہر ایک موصل پر 2×10^{-7} نیوٹن فی میٹر لمبائی کے مساوی قوت پیدا کرے۔

ایمپیر کی تعریف کو 1946 میں اختیار کیا گیا۔ یہ ایک نظری تعریف ہے۔ عملی صورت میں ہمیں زمین کے مقناطیسی میدان کے اثر کو لازمی طور پر زائل (خارج eliminate) کرنا ہوگا اور مناسب جیومیٹری کے متعدد چکروں کے لچھوں سے بنے بہت سے لمبے تار لینے ہوں گے۔ ایک آلہ، جسے کرنٹ ترازو کہتے ہیں، اس میکانیکی قوت کی پیمائش کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

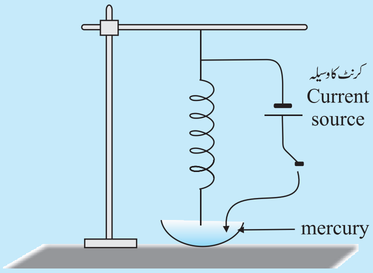
اب چارج کی SI اکائی، کولمب کو ایمپیر کی شکل میں معرف کیا جا سکتا ہے۔

جب ایک موصل میں ایک ایمپیر کا قائم کرنٹ برقرار رکھا جاتا ہے، تو اس کے تراشے سے ایک سیکنڈ میں بہنے والی چارج کی مقدار ایک کولمب (1C) ہے۔

متوازی کرنٹوں کے درمیان کشش کے لیے روگیٹ کا چکری

مقناطیسی اثرات عام طور سے برقی اثرات کے مقابلے میں کمزور ہوتے ہیں۔ نتیجتاً کرنٹوں کے درمیان قوت، جز ضربی μ_0 کی چھوٹی قدر کی وجہ سے، کافی کمزور ہوتی ہے۔ اس لیے کرنٹوں کے درمیان کشش یا دفع کا مظاہرہ کرنا مشکل ہے۔ اس لیے اگر ہر تار میں، جو ایک دوسرے سے 1cm فاصلے پر ہیں، 5A کرنٹ ہے، تو قوت فی میٹر، 5×10^{-4} N ہوگی جو تقریباً 50 mg weight ہے۔ یہ اس طرح کی بات ہوگی جیسے کہ ایک تار کو ایسی رسی کے ذریعے کھینچا جائے، جو ایک گراری پر سے گذر رہی ہے جس سے 50 mg وزن لٹکا ہے۔ تار کا نقل بڑی حد تک قابل احساس نہیں ہوگا۔

ہم ایک نرم اسپرنگ استعمال کر کے متوازی کرنٹ کی موثر لمبائی میں اضافہ کر سکتے ہیں اور پارہ استعمال کر کے، چند ملی میٹر کے نقل کو بھی ڈرمائی طور پر قابل مشاہدہ بنا سکتے ہیں۔ آپ کو ایک مستقلہ کرنٹ سپلائی بھی چاہیے ہوگی جو تقریباً 5A کا مستقلہ کرنٹ مہیا کر سکے۔



ایک نرم اسپرنگ لیجیے، جس کے اہتزازات کا قدرتی دوری وقفہ تقریباً 0.5—1 ہے۔ اسے انتصابی طرز (vertically) میں لٹکائیے اور اس کے نچلے کنارے پر ایک نکیلی سوئی لگا دیجیے۔ ایک تشتری میں پارہ کی کچھ مقدار لیجیے اور اسپرنگ کو اس طرح درست کیجیے کہ سوئی کی نوک، پارہ کی سطح سے بالکل اوپر ہو۔ ایک DC کرنٹ وسیلہ لیجیے اور اس کے ایک ٹرمنل کو اسپرنگ کے اوپری سرے سے جوڑ دیجیے اور دوسرے ٹرمینل کو پارہ میں ڈبو دیجیے۔ اگر اسپرنگ کی نوک پارہ کو چھوتی ہے تو پارہ کے ذریعے سرکٹ پورا ہو جاتا ہے۔

شروع میں DC وسیلے کو آف کر دیجیے۔ نوک کو اس طرح درست کیجیے کہ وہ پارہ کی سطح کو بس چھونے لگے۔ آپ مستقلہ کرنٹ سپلائی کو آن کر دیجیے اور حیرت انگیز نتیجہ دیکھیے۔ اسپرنگ ایک جھٹکے کے ساتھ سکڑتا ہے، نوک پارہ سے باہر آ جاتی ہے (بس تقریباً 1mm)، سرکٹ ٹوٹ جاتا ہے، کرنٹ بہنا رک جاتا ہے، اسپرنگ پھیلتا ہے اور اپنی شروعاتی حالت میں آنے کی کوشش کرتا ہے، نوک پھر پارہ کو چھوتی ہے، جس سے سرکٹ میں دوبارہ کرنٹ بہنے لگتا ہے اور یہ دور ایک ٹک، ٹک ٹک ٹک ۔۔۔۔ کے ساتھ چلتا رہتا ہے۔ شروع میں ہو سکتا ہے کہ آپ کو موثر نتائج حاصل کرنے کے لیے کچھ تھوڑی سی درستگی کرنا پڑے۔

اپنے چہرے کو مرکری کے ابخرات سے دور رکھیے، کیونکہ یہ زہریلے ہوتے ہیں۔ پارہ کے ابخرات کو زیادہ تر سانس کے ساتھ اندر مت لے جائیے۔

مثال 4.11: کسی خاص مقام پر زمین کے مقناطیسی میدان کا افقی جز 3.0×10^{-5} T ہے اور میدان کی سمت جغرافیائی جنوب سے جغرافیائی شمال کی جانب ہے۔ ایک بہت لمبے مستقیم موصل میں 1A کا قائم کرنٹ ہے۔ جب اسے ایک افقی میز پر رکھا جائے گا اور کرنٹ کی سمت (a) مشرق سے مغرب (b) جنوب سے شمال ہوگی تو اس پر قوت فی اکائی لمبائی کیا ہوگی؟

حل: $\vec{F} = I\vec{l} \times B$

$$F = IlB \sin\theta$$

قوت فی اکائی لمبائی ہے

$$f = \frac{F}{l} = I\,B \sin\theta$$

(a) جب کرنٹ مشرق سے مغرب کی جانب بہہ رہا ہے

$$\theta = 90°$$

اس لیے

$$f = I\,B$$

$$= 1 \times 3 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5}\ \text{N m}^{-1}$$

یہ ایمپیر کی تعریف میں درج کی گئی قدر 2×10^{-7} Nm^{-1} سے زیادہ ہے۔ اس لیے یہ اہم ہے کہ ایمپیر کو معیاری بناتے وقت زمین کے مقناطیسی میدان اور دوسرے ادھر ادھر کے میدانوں کے اثرات کو خارج کیا جائے۔

قوت کی سمت نیچے کی جانب ہے۔ یہ سمت، کراس حاصل ضرب کی سمتی خاصیت سے حاصل کی جاسکتی ہے۔

(b) جب کرنٹ جنوب سے شمال کی جانب بہہ رہا ہے:

$$\theta = 0°$$

$$f = 0$$

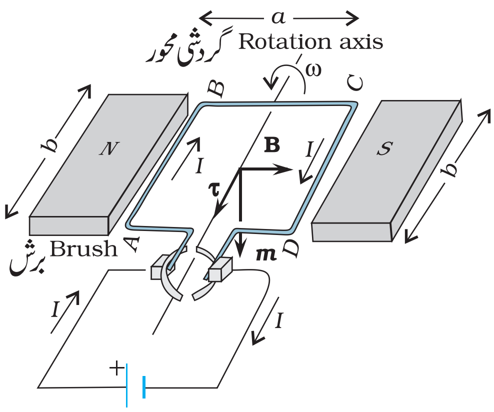
اس لیے موصل پر کوئی قوت نہیں ہے۔

مثال 4.11

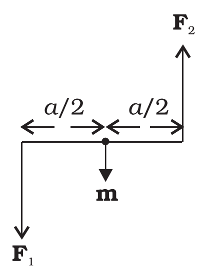
4.10 کرنٹ لوپ پر قوت گردشہ — مقناطیسی دو قطبیہ (Torque on Current Loop, Magnetic Dipole)

4.10.1 ایک ہموار مقناطیسی میدان میں رکھے ایک مستطیل نما کرنٹ لوپ پر قوت گردشہ (Torque on a rectangular current loop in a uniform magnetic field)

اب ہم دکھائیں گے کہ ایک مستطیل نما کرنٹ لوپ کو، جس میں قائم کرنٹ I بہہ رہا ہو، اگر ایک ہموار مقناطیسی میدان میں رکھا جائے تو اس پر ایک قوت گردشہ لگتا ہے۔ اس پر کوئی کل قوت نہیں لگتی۔ یہ برتاؤ، ایک ہموار برقی میدان میں ایک برقی



(a)



(b)

شکل 4.21 (a) ایک ہموار مقناطیسی میدان میں رکھا مستطیل نما کرنٹ بردار لچھا۔ مقناطیسی معیار حرکت $\vec{m}$ نیچے کی جانب ہے۔ قوت گردشہ τ محور کی جانب ہے اور لچھے کو گھڑی کی سوئیوں کی گردش کی مخالف سمت میں گھمانے کی کوشش کرتا ہے۔ (b) لچھے پر لگ رہا جفت

دوقطبیہ کے برتاؤ کے مماثل ہے۔(حصہ 1.10)

ہم پہلے ایک سادہ صورت لیتے ہیں جب مستطیل نما لوپ اس طرح رکھا گیا ہے کہ ہموار مقناطیسی میدان، لوپ کے مستوی میں ہے۔اسے شکل (a) 4.21 میں دکھایا گیا ہے۔

میدان، لوپ کے دو بازوؤں AD اور BC پر کوئی قوت نہیں لگاتا۔ یہ لوپ کے بازو AB پر عمود ہے اور اس پر ایک قوت $\vec{F}_1$ لگاتا ہے، جو لوپ کے مستوی میں اندر کی جانب ہے۔اس کی عددی قدر ہے

$$\vec{F}_1 = IbB$$

اسی طرح، یہ ایک قوت $\vec{F}_2$، بازو CD پر لگاتا ہے اور $\vec{F}_2$ کاغذ کے مستوی میں باہر کی جانب ہے:

$$F_2 = I\,b\,B = F_1$$

اس طرح، لوپ پر کل قوت صفر ہے۔ لوپ پر، قوتوں $\vec{F}_1$ اور $\vec{F}_2$ کے جوڑے کی وجہ سے ایک قوت گردشہ لگ رہا ہے۔ شکل (b) 4.21 میں لوپ کا ایک منظر AD کنارے سے دکھایا گیا ہے۔اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ لوپ پر لگ رہا قوت گردشہ اسے گھڑی کی سوئیوں کی گردش کی مخالف سمت میں گھمانے کی کوشش کرتا ہے۔ یہ قوت گردشہ (عددی قدر) ہے:

$$\tau = F_1\frac{a}{2} + F_2\frac{a}{2}$$

$$= IbB\frac{a}{2} + IbB\frac{a}{2} = I(ab)B$$

$$= I\,A\,B \qquad (4.26)$$

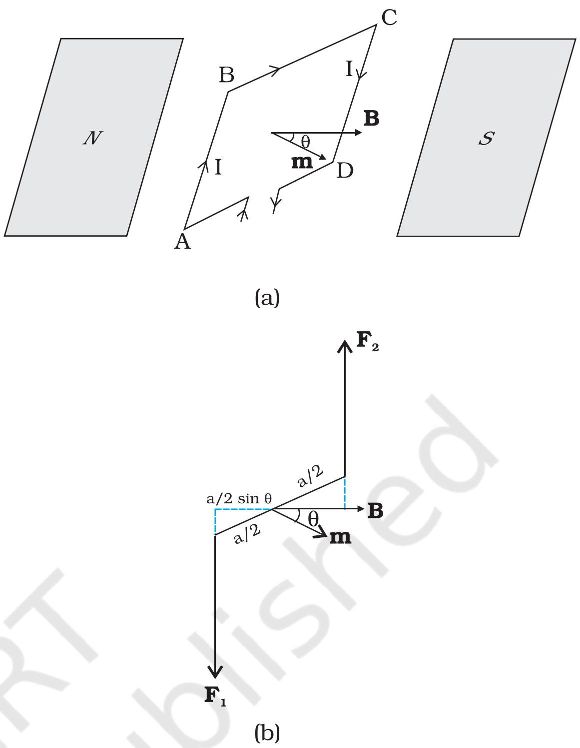
جہاں

مستطیل کا رقبہ $A = ab$

اب ہم وہ صورت لیتے ہیں جب لوپ کا مستوی، مقناطیسی میدان پر نہیں ہے، بلکہ اس سے زاویہ θ بناتا ہے (پچھلی صورت $\theta = \frac{\pi}{2}$ سے مطابقت رکھتی ہے)۔

شکل 4.22 میں یہ عمومی صورت دکھائی گئی ہے۔

بازو BC اور بازو DA پر لگ رہی قوتیں، مساوی اور مخالف ہیں اور لچھے کے محور کی جانب لگ رہی ہیں، جو BC اور BA کے کمیت مراکز (centres of mass) کو جوڑتا ہے۔ محور پر ہم خط (collinear) ہونے



شکل 4.22 (a): لوپ ABCD کا رقبہ سمتیہ، مقناطیسی میدان کے ساتھ ایک اختیاری زاویہ θ بناتا ہے۔ (b) اوپر سے نظر آنے والا لوپ کا منظر—بازو AB اور بازو CD پر لگ رہی قوتوں $\vec{F}_1$ اور $\vec{F}_2$ کی نشاندہی کی گئی ہے۔

کی وجہ سے وہ ایک دوسرے کی تنسیخ کر دیتی ہیں، جس کے نتیجے میں کوئی کل قوت یا قوت گردشہ نہیں ہوتا۔ بازو AB اور بازو CD پر لگ رہی قوتیں $\vec{F}_1$ اور $\vec{F}_2$ ہیں۔ یہ بھی مساوی اور مخالف ہیں، ان کی عددی قدر ہے:

$$F_1 = F_2 = I\,b\,B$$

لیکن یہ ہم خط نہیں ہیں۔ اس کے نتیجے میں پہلے کی طرح ایک جفت (Couple) کام کرتا ہے۔ لیکن قوت گردشہ، پچھلی صورت، جس میں لوپ کا مستوی، مقناطیسی میدان کی جانب تھا، کے مقابلے میں کم ہے۔ ایسا اس لیے ہے کیونکہ، جفت کی قوتوں کے درمیان عمودی فاصلہ کم ہو گیا ہے۔ شکل 4.22 (b) اس نظم کا AD کنارے سے ایک منظر ہے اور یہ جفت تشکیل دینے والی قوتوں کو واضح کرتا ہے۔

لوپ پر لگ رہے قوت گردشہ کی عددی قدر ہے:

$$\tau = F_1 \frac{a}{2}\sin\theta + F_2 \frac{a}{2}\sin\theta$$

$$= I\,ab\,B\sin\theta$$

$$= I\,A\,B\sin\theta \qquad (4.27)$$

جب، $\theta \to 0$ تو جفت کی قوتوں کے درمیان عمودی فاصلہ بھی صفر کے نزدیک ہو جاتا ہے۔ اس سے قوتیں ہم خط ہو جاتی ہیں اور کل قوت اور قوت گردشہ صفر—مساوات (4.26) اور مساوات (4.27) میں قوت گردشہ کو لچھے کے مقناطیسی معیار اثر اور مقناطیسی میدان کے سمتیہ حاصل ضرب کے بہ طور بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ ہم کرنٹ لوپ کے مقناطیسی معیارِ اثر کی تعریف کرتے ہیں:

$$\vec{m} = I\,\vec{A} \qquad (4.28)$$

جہاں رقبہ سمتیہ $\vec{A}$ کی سمت دایاں—ہاتھ انگوٹھا قاعدہ سے دی جاتی ہے اور شکل 4.21 میں کاغذ کے مستوی میں اندر کی جانب ہے۔ اب کیونکہ $\vec{m}$ اور $\vec{B}$ کے درمیان زاویہ θ ہے، مساوات (4.26) اور مساوات (4.27) ایک ریاضیاتی عبارت سے ظاہر کی جا سکتی ہیں:

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \qquad (4.29)$$

یہ برقی—سکونی صورت کے مماثل ہے (دو قطبی معیار اثر $\vec{p}_e$ کا برقی دو قطبیہ، برقی میدان $\vec{E}$ میں)۔

$$\vec{\tau} = \vec{p}_e \times \vec{E}$$

جیسا کہ مساوات (4.28) سے واضح ہے، مقناطیسی معیار اثر کے ابعاد: $[A][L^2]$ ہیں اور اس کی اکائی ہے۔ مساوات (4.29) سے ہم دیکھتے ہیں کہ جب $\vec{m}$، مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے متوازی یا مخالف متوازی ہوتا ہے تو قوت گردشہ τ معدوم ہو جاتا ہے۔ یہ ایک توازن کی حالت کی نشاندہی کرتا ہے کیونکہ لچھے پر کوئی قوت گردشہ نہیں ہے (اس کا اطلاق ہر اس شے پر ہوتا ہے، جس کا مقناطیسی معیارِ اثر $\vec{m}$ ہے)۔ جب $\vec{m}$ اور $\vec{B}$ متوازی ہیں تو توازن ایک مستحکم (Stable) توازن ہے۔ لچھے کی کوئی خفیف گردش ایک قوت گردشہ پیدا کرتی ہے جو اسے واپس اصل حالت میں لے آتا ہے۔ جب یہ مخالف متوازی ہوتے ہیں تو توازن غیر مستحکم ہوتا ہے، کیونکہ کوئی گردش جو قوت گردشہ پیدا کرتی ہے وہ گردش کی مقدار کے ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ اس قوت گردشہ کی موجودگی بھی اس کی ایک وجہ ہے کہ ایک چھوٹا مقناطیس یا کوئی مقناطیسی دو قطبیہ اپنے آپ کو باہری مقناطیسی میدان کی سمت میں کیوں کر لیتا ہے۔

اگر لوپ میں N قریب قریب لپٹے ہوئے چکر ہوں، تو قوت گردشہ کے لیے ریاضیاتی عبارت، مساوات (4.29) پھر بھی درست ہوگی، اس طرح کہ

$$m = N\,I\,\vec{A} \qquad (4.30)$$

مثال 4.12 ایک قریب قریب لپٹے ہوئے 100 چکروں کے، 10 cm نصف قطر کے دائری لچھے میں 3.2A کرنٹ ہے۔ (a) لچھے کے مرکز پر کیا میدان ہے؟ (b) اس لچھے کا مقناطیسی معیارِ اثر کیا ہے؟

لچھے کو ایک انتصابی مستوی (vertical plane) میں رکھا گیا ہے اور وہ ایک افقی محور کے گرد، جو اس کے قطر پر منطبق (coincident) ہے، گردش کرنے کے لیے آزاد ہے۔ 2 T کا ایک ہموار مقناطیسی میدان، افقی سمت میں پایا جاتا ہے، اس طرح کہ شروعات میں لچھے کا محور میدان کی سمت میں ہے۔ مقناطیسی میدان کے زیر اثر لچھا °90 سے گھوم جاتا ہے۔ (c) شروعاتی اور اختتامی حالت میں، لچھے پر قوت گردشہ کی عددی قدریں کیا ہیں؟ (d) °90 سے گھومنے کے بعد لچھے کے ذریعے حاصل کی گئی زاویائی چال کیا ہے؟ لچھے کا جمود گردشہ (moment of inertia) $0.1\ kg\,m^2$ ہے۔

حل:

(a) مساوات (4.16) سے

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

یہاں، $N = 100$، $I = 3.2\ A$، اور $R = 0.1\ m$ اس لیے،

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 3.2}{2 \times 10^{-1}}$$

$$= \frac{4 \times 10^{-5} \times 10}{2 \times 10^{-1}} \quad (\pi \times 3.2 = 10 \text{ استعمال کرتے ہوئے})$$

$$= 2 \times 10^{-3}\ T$$

مثال 4.12

سمت دایاں—ہاتھ انگوٹھا قاعدے سے دی جاتی ہے۔

(b) مقناطیسی معیار اثر مساوات (4.30) سے دیا جاتا ہے:

$$m = N I A = N I \pi r^2 = 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 10^{-2} = 10 \text{ A m}^2$$

سمت ایک بار پھر دایاں—ہاتھ انگوٹھا قاعدے سے دی جاتی ہے۔

(c) مساوات (4.29) سے: $\tau = \left|\vec{m} \times \vec{B}\right|$

$$= m B \sin\theta$$

شروعات میں $\theta = 0$، اس لیے: $\tau_i = 0$ = آغازی قوت گردشہ

اختتام پر، $\theta = \frac{\pi}{2}$ یا (90º)، اس لیے: $\tau_f = m B = 10 \times 2 = 20 \text{ N m}$ = اختتامی قوت گردشہ

(d) نیوٹن کے دوسرے قانون سے:

$$I \frac{d\omega}{dt} = m B \sin\theta$$

جہاں I، جمود گردشہ ہے۔ زنجیر قاعدے سے:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\omega$$

اسے استعمال کرتے ہوئے

$$I \omega d\omega = m B \sin\theta d\theta$$

$\theta = 0$ سے $\theta = \frac{\pi}{2}$ تک تکملہ کرنے پر

$$I \int_0^{\omega_f} \omega d\omega = m B \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta$$

$$I \frac{\omega_f^2}{2} = -m B \cos\theta \Big|_0^{\pi/2} = m B$$

$$\omega_f = \left(\frac{2 m B}{I}\right)^{1/2} = \left(\frac{2 \times 20}{10^{-1}}\right)^{1/2} = 20 \text{ s}^{-1}$$

مثال 4.12

مثال 4.13

(a) ایک کرنٹ بردار دائری لوپ ایک ہموار افقی مستوی میں ہے۔ کیا ایک مقناطیسی میدان اس طور پر پیدا کیا جا سکتا ہے کہ لوپ اپنے گرد گھوم جائے (یعنی انتصابی محور کے گرد گھوم جائے)؟

(b) ایک کرنٹ بردار دائری لوپ ایک ہموار مقناطیسی میدان میں ہے۔ اگر لوپ گھومنے کے لیے آزاد ہے تو مستحکم توازن کی تشریق (orientation) کیا ہے؟ دکھایئے کہ اس تشریق میں، کل میدان (باہری

مثال 4.13

مثال 4.13

میدان+لوپ کے ذریعے پیدا کیا گیا میدان) کا فلکس ازحد ہے۔
(c) ایک بے قاعدہ شکل کا کرنٹ بردار لوپ ایک باہری مقناطیسی میدان میں پایا جاتا ہے۔اگر تار لچک دار ہو، تو یہ ایک دائری شکل میں کیوں تبدیل ہو جاتا ہے؟

حل:

(a) نہیں، اس کے لیے چاہیے ہوگا کہ τ انتصابی سمت میں ہو، لیکن $\tau = I\vec{A} \times \vec{B}$، لیکن کیونکہ افقی لوپ کا $\vec{A}$، انتصابی سمت میں ہے، کسی بھی $\vec{B}$ کے لیے τ، لوپ کے مستوی میں ہوگا۔
(b) متحکم توازن کی تشریق وہ ہے، جس میں لوپ کا رقبہ سمتیہ $\vec{A}$، باہری مقناطیسی میدان کی سمت میں ہو۔ایسی تشریق میں، لوپ کے ذریعے پیدا کیے گئے مقناطیسی میدان کی سمت بھی وہی ہوگی جو باہری میدان کی ہے، دونوں لوپ کے مستوی پر عمود ہوں گی۔اس طرح کل میدان کا ازحد فلکس پیدا ہوگا۔
(c) یہ اپنے مستوی کو میدان پر عمود رکھتے ہوئے دائری شکل اس لیے اختیار کر لیتا ہے تاکہ فلکس کو ازحد کر سکے، کیونکہ ایک دیے ہوئے محیط (perimeter) کے لیے ایک دائرہ کسی بھی دوسری شکل سے زیادہ رقبہ گھیرتا ہے۔

4.10.2 دائری کرنٹ لوپ بطور مقناطیسی دوقطبیہ (Circular current loop as a magnetic dipole)

اس حصے میں ہم بنیادی مقناطیسی جز، ایک کرنٹ لوپ، لیں گے۔ہم دکھائیں گے کہ ایک دائری کرنٹ لوپ کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان (زیادہ فاصلوں پر) کا برتاؤ ایک برقی دوقطبیہ کے برقی میدان سے کافی ملتا جلتا ہوتا ہے۔حصہ 4.6 میں ہم ایک نصف قطر R کے دائری لوپ کے محور پر مقناطیسی میدان کی قدر تحسیب کر چکے ہیں، جب کہ لوپ میں قائم کرنٹ I ہے۔اس میدان کی عددی قدر ہے [مساوات (4.15)]

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

اور اس کی سمت محور کی جانب ہے اور دائیں ہاتھ-انگوٹھا قانون سے دی جاتی ہے (شکل 4.12)۔یہاں x، لوپ کے مرکز سے محور پر فاصلہ ہے۔$x >> R$ کے لیے ہم نسب نما میں R^2 رکن نظرانداز کر سکتے ہیں: اس لیے

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

نوٹ کریں کہ لوپ کا رقبہ: $A = \pi R^2$، اس لیے

$$B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

پہلے کی طرح ہم مقناطیسی معیارِ اثر $\vec{m}$ کی تعریف اس طرح کرتے ہیں کہ اس کی عددی قدر IA ہے۔

$$\vec{m} = I\vec{A}$$

اس لیے

$$\vec{B} \simeq \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\vec{m}}{x^3} \qquad [4.31(a)]$$

مساوات[4.31(a)] کی ریاضیاتی عبارت،ایک دوقطبیہ کی برقی میدان کے لیے، پہلے حاصل کی گئی ریاضیاتی عبارت کے بہت مشابہ ہے۔اس مشابہت کو دیکھا جاسکتا ہے،اگر ہم رکھیں۔

$$\mu_0 \to 1/\varepsilon_0$$

$\vec{m} \to \vec{p}_e$ (برق—سکونی دوقطبیہ)

$\vec{B} \to \vec{E}$ (برق—سکونی میدان)

تب ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\vec{E} = \frac{2\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

جو قطعی طور پر ایک برقی دوقطبیہ کا اس کے کے محور کے ایک نقطہ پر میدان ہے، جو ہم نے باب 1،حصہ 1.10، [مساوات(1.20)] میں حاصل کیا تھا۔

یہ دکھایا جاسکتا ہے کہ مندرجہ بالا مماثلت کو مزید آگے بڑھایا جاسکتا ہے۔ہم نے باب 1 میں پایا تھا کہ ایک دوقطبیہ کے عمودی ناصف پر برقی میدان دیا جاتا ہے[دیکھیے مساوات(1.21)]:

$$\vec{E} \simeq \frac{\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

جہاں x دوقطبیہ سے فاصلہ ہے۔اگر ہم بدل دیں: $\vec{p} \to \vec{m}$ اور $\frac{1}{\varepsilon_0} \to \mu_0$،تو مندرجہ بالا ریاضیاتی عبارت سے ہمیں لوپ کے مستوی میں،مرکز سے فاصلہ x پر ایک نقطہ کے لیے مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے لیے نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ x >>R کے لیے

$$\vec{B} \simeq \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}}{x^3}; \qquad x >> R \qquad [4.31(b)]$$

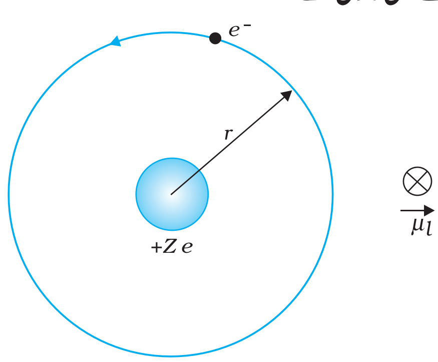
مساوات[4.31(a)] اور مساوات[4.31(b)] سے دیے گئے نتائج ایک نقطہ مقناطیسی دوقطبیہ کے لیے قطعی درست ہوجاتے ہیں۔

یہ دکھایا جاسکتا ہے کہ اوپر حاصل کیے گئے نتائج کا اطلاق کسی بھی مسطح لوپ پر ہوسکتا ہے۔ایک مسطح کرنٹ لوپ،دوقطبیہ معیارِ اثر: $\vec{m} = I\,\vec{A}$ کے مقناطیسی دوقطبیہ کے مساوی ہے،جو کہ برقی بنیادی اکائیوں—چارجوں (یا برقی واحد قطبوں) سے مل کر بنتا ہے۔مقناطیسیت میں،ایک مقناطیسی دوقطبیہ (یا ایک کرنٹ لوپ) سب سے زیادہ بنیادی جز ہے۔برقی چارجوں کا معادل،یعنی کہ مقناطیسی یک قطبین (Magnetic monopolles) نہیں پائے جاتے۔

ہم نے دکھایا ہے کہ ایک کرنٹ لوپ (i) ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے (دیکھیے شکل 4.12) اور زیادہ فاصلوں پر ایک مقناطیسی دوقطبیہ کی طرح برتاؤ کرتا ہے، اور (ii) ایک مقناطیسی سوئی کی طرح اس پر ایک قوت گردشہ لگتا ہے۔ اس نے ایمپیر کو یہ تجویز پیش کرنے کی راہ دکھائی کہ تمام مقناطیسیت دوران کررہے کرنٹ (circulating currents) کی وجہ سے ہے۔ یہ جزوی طور پر درست معلوم ہوتا ہے اور اب تک کوئی مقناطیسی یک قطبیہ نہیں دیکھا گیا ہے۔ لیکن، بنیادی ذرات، جیسے ایک الیکٹران یا ایک پروٹان، میں ذاتی مقناطیسی معیارِاثر (intrinsic magnetic moment) بھی ہوتا ہے، جس کی وضاحت دوران کررہے کرنٹوں سے نہیں کی جاسکتی۔

4.10.3 ایک طوافی الیکٹران کا مقناطیسی دوقطبیہ معیارِاثر
(The magnetic dipole moment of a revolving electron)

باب 12 میں ہم بوہر کے ہائیڈروجن ایٹم کے ماڈل کے بارے میں پڑھیں گے۔ ہوسکتا ہے، آپ نے اس ماڈل کے بارے میں پڑھا ہو جسے ڈنمارک کے طبیعات داں نیلس بوہر (Niels Bohr) نے 1911 میں تجویز کیا اور جس نے ایک نئی قسم کی میکانیات، جس کا نام کوانٹم میکانیات ہے، کے لیے راہ ہموار کی۔ بوہر ماڈل میں، الیکٹران (ایک منفی چارج شدہ ذرہ) ایک مثبت چارج شدہ نیوکلیس کے گرد طواف کرتا ہے، تقریباً اسی طرح جیسے ایک سیارہ سورج کے گرد طواف کرتا ہے۔ پہلی صورت میں قوت، برق سکونی (کولمب قوت) ہے، جب کہ سیارے — سورج کی صورت کے لیے یہ مادی کشش کی قوت ہے۔ ہم نے الیکٹران کی یہ بوہر — تصویر شکل 4.23 میں دکھائی ہے۔



شکل 4.23: ہائیڈروجن۔جیسے ایٹموں کے بوہر ماڈل میں، منفی چارج شدہ الیکٹران، مرکز میں مقیم مثبت چارج شدہ (+Ze) نیوکلیس کے گرد یکساں چال سے طواف کررہا ہے۔ الیکٹران کی یکساں دائری حرکت ایک کرنٹ تشکیل دیتی ہے۔ مقناطیسی معیارِحرکت کی سمت، کاغذ کے مستوی میں اندر کی جانب ہے اور اس کی الگ سے نشاندہی، ⊗ سے کی گئی ہے۔

چارج (–e) کا الیکٹران، چارج (+Ze) کے ایک ساکن وزنی نیوکلیس کے گرد یکساں دائری حرکت کرتا ہے۔ اس سے کرنٹ I تشکیل پاتا ہے، جہاں

$$I = \frac{e}{T} \tag{4.32}$$

اور T طواف کا دوری وقفہ ہے۔ فرض کیجیے کہ r الیکٹران کا مداری نصف قطر (orbital radius) ہے اور v اس کی مداری چال ہے۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} \tag{4.33}$$

مساوات (4.32) میں رکھنے پر،

$$I = \frac{ev}{2\pi r}$$

دوران کررہے کرنٹ سے منسلک ایک مقناطیسی معیارِاثر ہوگا، جسے عام طور سے μ_l سے ظاہر کرتے ہیں۔

مساوات (4.28) سے، اس کی عددی قدر ہے: $\mu_l = I\pi r^2 = \frac{evr}{2}$

اس مقناطیسی معیارِ اثر کی سمت، شکل 4.23 میں، کاغذ کے مستوی میں اندر کی جانب ہے۔[یہ پہلے بیان کیے جا چکے دائیں۔ہاتھ انگوٹھا قاعدے اور اس حقیقت سے اخذ کیا جا سکتا ہے کہ منفی چارج شدہ الیکٹران گھڑی کی سوئیوں کی حرکت کی مخالف سمت میں حرکت کر رہا ہے، جس سے کرنٹ، گھڑی کی سوئیوں کی حرکت کی سمت میں ہے] مندرجہ بالا ریاضیاتی عبارت کی دائیں جانب کو m_e سے ضرب کرنے اور تقسیم کرنے پر، ہمیں ملتا ہے:

$$\mu_l = \frac{e}{2m_e}(m_e v r)$$

$$= \frac{e}{2m_e} l \qquad [4.34(a)]$$

یہاں l، الیکٹران کے، مرکزی نیوکلیس کے گرد، زاویائی معیارِ حرکت کی عددی قدر ہے (مداری زاویائی معیارِ حرکت "orbital" angular momentum)۔ سمتیہ شکل میں

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\vec{l} \qquad [4.34(b)]$$

منفی علامت نشاندہی کرتی ہے کہ الیکٹران کے زاویائی معیارِ حرکت کی سمت، مقناطیسی معیارِ اثر کی سمت کے مخالف ہے۔ اگر ہم چارج (e–) کے الیکٹران کی جگہ ایک (q+) چارج کا ذرہ لیں، تو زاویائی معیارِ حرکت اور مقناطیسی معیارِ اثر یکساں سمت میں ہوں گے۔ نسبت:

$$\frac{\mu_l}{l} = \frac{e}{2m_e} \qquad (4.35)$$

جائرہ مقناطیسی نسبت (gyromagnetic ratio) کہلاتی ہے اور ایک مستقلہ ہے۔ ایک الیکٹران کے لیے، اس کی قدر 8.8×10^{10} C/kg ہے، جس کی تصدیق تجربات سے کی جا چکی ہے۔

یہ حقیقت کہ ایٹمی سطح پر بھی ایک مقناطیسی معیارِ اثر ہوتا ہے ایمپیر کے ایٹمی مقناطیسی معیارِ اثر کے مفروضے کو درست ثابت کرتی ہے۔ ایمپیر کے مطابق، اس سے مادی اشیا کی مقناطیسی خاصیتوں کی وضاحت کرنے میں مدد ملے گی۔ کیا ہم اس ایٹمی دو قطبی معیارِ اثر کو کوئی قدر عطا کر سکتے ہیں؟ جواب ہے ہاں۔ بوہر ماڈل میں ایسا کیا جا سکتا ہے۔ بوہر نے مفروضہ قائم کیا کہ زاویائی معیارِ حرکت، قدروں کا مجرد سیٹ (discrete set) اختیار کرتا ہے۔ یعنی کہ،

$$l = \frac{nh}{2\pi} \qquad (4.36)$$

جہاں n ایک طبعی عدد ہے: $n = 1, 2, 3, \ldots$، اور h ایک مستقلہ ہے جو میکس پلانک کے نام پر پلانک کا مستقلہ کہلاتا ہے۔ اس کی قدر $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s ہے۔ یہ تجرد (discreteness) کی شرط، بوہر کی کوانٹم سازی کی شرط (Bohr quantisation condition) کہلاتی ہے۔ ہم باب 12 میں اس سے تفصیلی بحث کریں گے۔ یہاں ہمارا مقصد، صرف بنیادی دو قطبی معیارِ اثر کی تحسیب میں اسے استعمال کرتا ہے۔ $n = 1$ قدر لیجیے، ہمیں مساوات (4.34) سے حاصل ہوتا ہے:

$$(\mu_l)_{\min} = \frac{e}{4\pi m_e}h$$
$$= \frac{1.60 \times 10^{-19} \times 6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31}}$$
$$= 9.27 \times 10^{-24}\ \mathrm{Am}^2 \quad (4.37)$$

جہاں تحت علامت(subscript)'min' کم ازکم(minimum) کے لیے استعمال کی گئی ہے۔ یہ قدر بوہر میگنیٹان(Bohr magneton) کہلاتی ہے۔

یکساں دائری حرکت کرتے ہوئے کسی بھی چارج کے ساتھ، مساوات(7.34) جیسی ریاضیاتی عبارت سے دیا جانے والا، مقناطیسی معیارِاثر منسلک ہوگا۔ یہ دوقطبی معیارِاثر، مداری مقناطیسی معیارِاثر کے بطور لیبل کیا جاتا ہے۔ اسی لیے میں تحت علامت 'l' استعمال کی گئی ہے۔ مداری معیارِاثر کے علاوہ، الیکٹران میں ایک ذاتی مقناطیسی معیار اثر(intrinsic magnetic moment) بھی ہوتا ہے، جس کی عددی قدر وہی ہوتی ہے جو مساوات(4.37) میں دی گئی ہے۔ اسے اسپین مقناطیسی معیارِاثر(spin magnetic moment) کہتے ہیں۔ لیکن ہم فوراً ہی یہ بتانا چاہیں گے کہ ایسا نہیں ہے کہ الیکٹران اسپین کررہا ہے(گھوم رہا ہے)۔ الیکٹران ایک بنیادی ذرہ ہے اور اس کا کوئی محور نہیں ہے، جس کے گرد وہ زمین یا لٹو کی طرح گھوم سکے۔ لیکن پھر بھی اس میں یہ ذاتی مقناطیسی معیاراثر ہوتا ہے۔ لوہے اور دوسری مادی اشیا میں مقناطیسیت کی خورد بینی جڑیں اس ذاتی اسپین معیاراثر میں تلاش کی جاسکتی ہیں۔

4.11 متحرک کوائل گیلونومیٹر (The Moving Coil Galvanometer)

باب 3 میں ہم سرکٹ میں کرنٹ اور وولٹیج سے تفصیلی بحث کر چکے ہیں۔ لیکن ہم انھیں ناپیں کیسے؟ ہم کیسے کہتے ہیں کہ ایک سرکٹ میں کرنٹ 1.5A ہے یا ایک مزاحمہ پر وولٹیج ڈراپ 1.2V ہے؟ شکل 4.24 میں اس کام کے لیے استعمال ہونے والا ایک بہت کارآمد آلہ دکھایا گیا ہے:

''متحرک کوائل گیلونومیٹر''(MCG)۔ یہ ایک ایسا آلہ ہے، جس کی کارکردگی کا اصول، حصہ 4.10 میں دی گئی بحث کی بنیاد پر سمجھا جاسکتا ہے۔

ایک گیلونومیٹر ایک ایسے لچھے(کوائل) پر مشتمل ہوتا ہے جس میں بہت سے چکر ہوتے ہیں اور جو ایک ہموار نصف قطری مقناطیسی میدان میں، ایک متعین محور کے گرد گھومنے کے لیے آزاد ہوتا ہے(شکل 4.24)۔ اس میں ایک استوانی، نرم لوہے کا قالب(core) ہوتا ہے جو نہ صرف میدان کو نصف قطری بناتا ہے بلکہ مقناطیسی میدان کی طاقت(Strenght) میں بھی اضافہ کرتا ہے۔ جب کوائل میں سے کرنٹ بہتا ہے، تو اس پر ایک قوت گردشہ لگتا ہے۔ یہ قوت گردشہ، مساوات(4.26) سے دیا جاتا ہے، اور یہ ہے

$$\tau = NI\,AB$$

جہاں علامتیں اپنے آپ عام معنی میں استعمال کی گئی ہیں۔ کیونکہ میدان، ڈیزائن کے ذریعے، نصف قطری ہے، ہم

نے قوت گردشہ کی مندرجہ بالا ریاضیاتی عبارت میں $\sin\theta = 1$ لیا ہے۔مقناطیسی قوت گردشہ NIAB کوائل کو گھمانے کی کوشش کرتا ہے۔ایک اسپرنگ S_p ایک مخالف قوت گردشہ $k\phi$ مہیا کرتا ہے جو مقناطیسی قوت گردشہ NIAB کو متوازن کرتا ہے،اور جس کے نتیجے میں قائم زاویائی انفراج(steady angular deflection) ملتا ہے۔

حالت توازن میں:

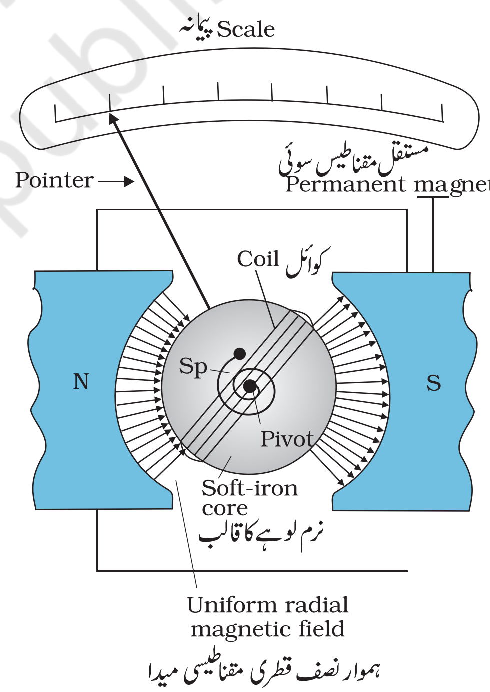
$$k\phi = NI\,AB\left(\frac{NIAB}{k}J\right) \qquad (4.38)$$

قوسین(bracket) میں دی گئی مقدار،ایک دیے ہوئے گیلوونو میٹر کے لیے مستقلہ ہے۔

ایک گیلوونو میٹر کو کئی طریقوں سے استعمال کیا جاسکتا ہے۔اسے یہ جانچنے کے لیے کہ ایک سرکٹ میں کرنٹ بہہ رہا ہے یا نہیں،بطور شناخت کار(detector) استعمال کیا جاسکتا ہے۔گیلوونو میٹر کا یہ استعمال،ہم وہیٹ اسٹون برج میں دیکھ چکے ہیں۔اس استعمال میں،سوئی کا تعدیلی مقام(Neutral Position)[جب گیلوونو میٹر سے کوئی کرنٹ نہیں بہہ رہا ہے]،اسکیل کے وسطی نقطہ پر ہے اور بائیں سرے پر نہیں ہے،جیسا شکل 4.24 میں دکھایا گیا ہے۔کرنٹ کی سمت کے مطابق،سوئی کا انفراج یا تو دائیں جانب ہوتا ہے یا بائیں جانب۔

گیلوونو میٹر کو ایسے ہی،ایک دیے ہوئے سرکٹ میں کرنٹ کی مقدار ناپنے کے لیے،بطور ایم میٹر استعمال نہیں کیا جاسکتا۔اس کی دو وجوہات ہیں:(i) گیلوونو میٹر ایک بہت حساس آلہ ہے،اور یہ μA درجہ کے کرنٹ کے لیے مکمل اسکیل انفراج دیتا ہے۔(ii) کرنٹ ناپنے کے لیے،اسے سلسلہ وار لگانا ہوگا اور کیونکہ اس کی مزاحمت بہت زیادہ ہوتی ہے،اس سے سرکٹ میں کرنٹ کی قدر تبدیل ہوجائے گی۔ان دشواریوں پر قابو پانے کے لیے،ہم گیلوونو میٹر کوائل کے ساتھ متوازی طرز میں ایک چھوٹی مزاحمت لگادیتے ہیں،جسے شنٹ (Shunt) کہتے ہیں،اس طرح زیادہ تر کرنٹ اس شنٹ سے گذر جاتا ہے۔اس اجتماع کی مزاحمت ہے:

($R_G >> r_s$:اگر)



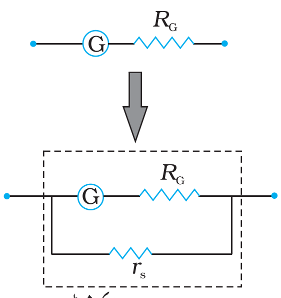
شکل 4.24: متحرک کوائل گیوونو میٹر—اس کے اجزا سبق میں بیان کیے گئے ہیں۔یہ آلہ بطور کرنٹ شناخت کار بھی استعمال کیا جاسکتا ہے اور کرنٹ کی قدر ناپنے (ایم میٹر) اور وولٹیج ناپنے (وولٹ میٹر) کے لیے بھی۔

اگر باقی سرکٹ کی مزاحمت R_c کے لحاظ سے r_s کی قدر چھوٹی ہے،تو آلہ پیمائش کو سرکٹ میں داخل کرنے کا اثر بھی کم ہوگا اور قابل نظرانداز ہوگا۔اسی ترتیب کا خاکہ شکل(4.25) میں دکھایا گیا ہے۔

اس ایم میٹر کے اسکیل کو پہلے پیمانہ بند(calibrated) کیا جاتا ہے،تاکہ اس سے بآسانی کرنٹ کی قدریں پڑھی جاسکیں۔ہم ایک گیلوونو میٹر کی کرنٹ حساسیت (current sensitivity) کی تعریف بطور انفراج فی اکائی کرنٹ کرتے ہیں۔مساوات(4.38) سے،یہ کرنٹ حساسیت ہے:

$$\frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{k} \qquad (4.39)$$

گیلوونومیٹر بنانے والوں کے لیے حساسیت میں اضافہ کرنے کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ چکروں کی تعداد 'N' بڑھادی جائے۔ہم ایسے گیلوونومیٹر منتخب کرتے ہیں،جن کی حساسیت کی قدر،ہمارے تجربے کے لیے درکار قدر سے مطابقت رکھتی ہو۔



Ammeter ایم میٹر

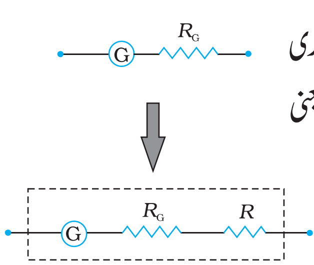
شکل4.25:متوازی طرز میں،بہت چھوٹی قدر کی ایک شنٹ مزاحمت r_s داخل کرکے ایک گیلوونومیٹر (G) کی ایک ایم میٹر میں تبدیلی

گیلوونومیٹر،سرکٹ کے کسی دیے ہوئے حصے کے سروں کے درمیان وولٹیج معلوم کرنے کے لیے،بطور وولٹ میٹر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔اس کے لیے،گیلوونومیٹر کو سرکٹ کے اس دیے ہوئے حصے کے ساتھ متوازی طرز میں جوڑنا لازمی ہے۔مزید یہ کہ اس سے بہت کم کرنٹ گذرنا چاہیے ورنہ وولٹیج کی پیمائش اصل سرکٹ میں بہت زیادہ خلل انداز ہوگی۔عام طور سے ہم پیمائشی آلہ کے ذریعے پیدا ہوئے خلل کو ایک فی صدی سے کم رکھنا چاہتے ہیں۔اسے یقینی بنانے کے لیے،گیلوونومیٹر کے ساتھ ایک بڑی مزاحمت R سلسلہ وار طرز میں جوڑی جاتی ہے۔اس ترتیب کا خاکہ شکل (4.26) میں دکھایا گیا ہے۔نوٹ کریں کہ اب وولٹ میٹر کی مزاحمت ہے

$$R_G + R \simeq R \text{ (بہت بڑی)}$$

وولٹ میٹر کے اسکیل کو پیمانہ بند کردیا جاتا ہے،تاکہ وولٹیج کی قدر آسانی سے پڑھی جاسکے۔ہم وولٹیج حساسیت کی تعریف بطور انفراج فی اکائی وولٹیج کرتے ہیں۔مساوات (4.38) سے یہ وولٹیج حساسیت ہے:

$$\frac{\phi}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right)\frac{I}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right)\frac{1}{R} \qquad (4.40)$$



Voltmeter

شکل4.26:سلسلہ وار طرز میں،ایک بڑی قدر کی مزحمت R داخل کرکے ایک گیلوونومیٹر (G) کی وولٹ میٹر میں تبدیلی۔

ایک نوٹ کرنے لائق،دلچسپ نکتہ یہ ہے کہ کرنٹ حساسیت میں اضافہ کرنے سے،وولٹیج حساسیت میں،ضروری نہیں ہے،اضافہ ہو۔آیئے،مساوات (4.39) لیتے ہیں،جو کرنٹ حساسیت کا ناپ مہیا کرتی ہے۔اگر، $N \to 2N$،یعنی ہم چکروں کی تعداد دوگنی کردیں،تب

$$\frac{\phi}{I} \to 2\frac{\phi}{I}$$

اس لیے،کرنٹ حساسیت دوگنی ہوجاتی ہے۔لیکن چکروں کی تعداد دگنی کردینے سے،گیلوونومیٹر کی مزاحمت کے دگنے ہوجانے کا امکان ہے کیونکہ یہ تار کی لمبائی کے متناسب ہے۔مساوات (4.40) میں، $N \to 2N$ اور $R \to 2R$،اس لیے وولٹیج حساسیت،

$$\frac{\phi}{V} \to \frac{\phi}{V}$$

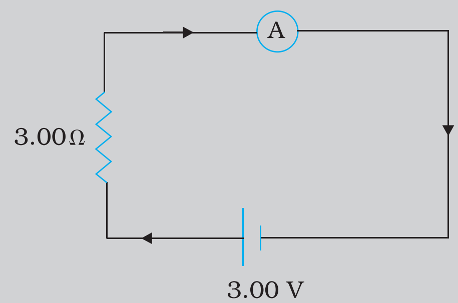
غیر تبدیل شدہ رہتی ہے۔اس لیے،عمومی طور پر،ایک گیلوونومیٹر کو ایم میٹر میں تبدیل کرنے کے لیے جو سدھار درکار ہے وہ اسے وولٹ میٹر میں تبدیل کرنے کے لیے درکار سدھار سے مختلف ہوگا۔

مثال 4.14

مثال4.14:سرکٹ (شکل 4.27) میں کرنٹ کی پیمائش کی جاتی ہے۔کرنٹ کی قدر کیا ہے؟اگر دکھایا گیا ایم میٹر ہے (a) ایک گیلوونومیٹر،جس کی مزاحمت $R_G = 60.00\ \Omega$ ہے (b) (a) میں بیان کیا گیا

2019-20

گیلوونومیٹر،لیکن اسے ایک شنٹ مزاحمت $r_s = 0.02\ \Omega$; کے ذریعے ایم میٹر میں تبدیل کرلیا گیا ہے۔(c)ایک مثالی ایم میٹر،جس کی مزاحمت صفر ہے۔



شکل 4.27

حل:(a) سرکٹ میں کل مزاحمت ہے:

$$R_G + 3 = 63\,\Omega \quad \text{اس لیے} \quad I = \frac{3}{63} = 0.048\ \text{A}$$

(b)ایم میٹر میں تبدیل کیے گئے گیلوونومیٹر کی مزاحمت ہے:

$$\frac{R_G\, r_s}{R_G + r_s} = \frac{60\ \Omega \times 0.02\Omega}{(60 + 0.02)\Omega} = 0.02\,\Omega$$

سرکٹ میں کل مزاحمت ہے:

$$0.02\,\Omega + 3\,\Omega = 3.02\,\Omega$$

اس لیے

$$I = \frac{3}{3.02} = 0.99\ \text{A}$$

(c) صفر مزاحمت والے مثالی ایم میٹر کے لیے

$$I = \frac{3}{3} = 1.00\ \text{A}$$

مثال 4.14

خلاصہ

1۔ مقناطیسی میدان $\vec{B}$ اور برقی میدان $\vec{E}$ کی موجودگی میں،رفتار $\vec{v}$ سے حرکت کرتے ہوئے ایک چارج پر لگ رہی کل قوت،لورینٹز قوت کہلاتی ہے۔یہ مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت سے دی جاتی ہے:

$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$$

مقناطیسی قوت $q\,(\vec{v} \times \vec{B})$ ، $\vec{v}$ پر عمود ہے اور اس کے ذریعے کیا گیا کام صفر ہے۔

2۔ ایک،لمبائی l کا مستقیم موصل،جس میں قائم کرنٹ I بہہ رہا ہے،ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں ایک قوت $\vec{F}$ محسوس کرتا ہے:

$$\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}$$

جہاں $l = |\vec{l}|$ اور $\vec{l}$ کی سمت کرنٹ کی سمت سے دی جاتی ہے۔

3۔ ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں، ایک چارج q ایک دائری مدار بناتا ہے جو $\vec{B}$ پر عمود مستوی میں ہوتا ہے۔ اس کا یکساں دائری حرکت کا تعدد، سائیکلوٹران تعداد کہلاتا ہے اور دیا جاتا ہے:

$$\nu_c = \frac{qB}{2\pi m}$$

یہ تصور ذرے کی رفتار اور نصف قطر کے تابع نہیں ہے۔ اس حقیقت کا استعمال مشین، سائیکلوٹران میں کیا جاتا ہے جو چارج شدہ ذرات کو اسراع پذیر کرنے میں استعمال ہوتی ہے۔

4۔ بائیٹ — سیورٹ قانون کا بیان ہے کہ ایک کرنٹ جز $d\vec{l}$، جس میں قائم کرنٹ $d\vec{l}$ ہے، کی وجہ سے، کرنٹ جز سے فاصلہ r پر ایک نقطہ P پر، پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ ہے:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

نقطہ P پر کل میدان حاصل کرنے کے لیے ہمیں اس سمتیہ عبارت کا موصل کی پوری لمبائی پر تکملہ کرنا ہوگا۔

5۔ نصف قطر R کے ایک دائری کوائل کی وجہ سے، جس میں کرنٹ I ہے، مرکز سے محوری فاصلے x پر، پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی عددی قدر ہے:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

مرکز پر یہ تحلیل ہو جاتی ہے:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

6۔ ایمپیر کا سرکٹ کا قانون: فرض کیجیے کہ ایک کھلی ہوئی سطح S ایک لوپ C سے مقید شدہ (Bounded) ہے۔ تب، ایمپیر کے قانون کا بیان ہے: $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$، جہاں I، S میں سے گذر رہے کرنٹ کے لیے ہے۔ I کی علامت، دائیں۔ ہاتھ قاعدے سے معلوم کی جاتی ہے۔ ہم اس قانون کی ایک سادہ شکل بیان کر چکے ہیں۔ اگر $\vec{B}$ کی سمت، ایک بند منحنی کے محیط L کے ہر نقطہ پر مماس کی جانب ہے اور $\vec{B}$ کی عددی قدر، محیط پر مستقلہ ہے، تب:

$$BL = \mu_0 I_e$$

جہاں I_e، بند سرکٹ میں گھرا ہوا کرنٹ ہے۔

7۔ ایک لمبے مستقیم تار سے R فاصلہ پر، جس میں کرنٹ I ہے، مقناطیسی میدان کی عددی قدر، دی جاتی ہے:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

میدانی خطوط، تار کے ساتھ ہم مرکز، دائرے ہیں۔

8۔ ایک لمبے سولی نائڈ کے اندر کی جانب، جس میں کرنٹ I ہے، مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی عددی قدر ہے:

$$B = \mu_0 nI$$

جہاں n، چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی ہے۔ ایک ٹورائڈ کے لیے، ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

جہاں n، چکروں کی کل تعداد ہے اور r اوسط نصف قطر ہے۔

9۔ متوازی کرنٹ کشش کرتے ہیں اور مخالف — متوازی کرنٹ دفع کرتے ہیں۔

10۔ ایک مسطح لوپ میں، جس میں کرنٹ I ہے اور N نزدیک نزدیک لپٹے ہوئے چکر ہیں اور جس کا رقبہ A ہے، ایک مقناطیسی معیار اثر $\vec{m}$ ہوتا ہے۔ جہاں:

$$\vec{m} = N I \vec{A}$$

اور $\vec{m}$ کی سمت دایاں۔ ہاتھ انگوٹھا قاعدہ سے دی جاتی ہے: اپنے دائیں ہاتھ کی انگلیوں کو لوپ پر اس طرح موڑیے کہ انگلیاں کرنٹ کی سمت کی نشاندہی کریں۔ باہر نکلا ہوا انگوٹھا، $\vec{m}$ کی (اور $\vec{A}$ کی) سمت بتاتا ہے۔

جب اس لوپ کو ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا جاتا ہے۔ تو اس پر لگ رہی قوت ہے F=0 اور اس پر لگ رہا قوت گردشہ ہے:

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

ایک متحرک کوائل گیلوونومیٹر میں، یہ قوت گردشہ، اسپرنگ کی وجہ سے لگ رہے مخالف قوت گردشہ سے متوازن ہوتا ہے۔ اس سے حاصل ہوتا ہے:

$$k\phi = NI\,AB$$

جہاں ϕ توازن انفراج ہے اور k اسپرنگ کا مروڑ مستقلہ (torsion constant) ہے۔

11۔ ایک مرکزی نیوکلیس کے گرد حرکت کرتے ہوئے الیکٹران میں ایک مقناطیسی معیارِ اثر μ_l ہوتا ہے، جو دیا جاتا ہے:

$$\mu_l = \frac{e}{2m}l$$

جہاں l، دوران کر رہے الیکٹران کی، مرکزی نیوکلیس کے گرد، زاویائی معیارِ حرکت کی عددی قدر ہے μ_l کی قلیل ترین قدر، بوہر میگناٹان μ_B کہلاتی ہے اور یہ ہے: $\mu_B = 9.27\times10^{-24}$ J/T

12۔ ایک متحرک کوائل گیلوونومیٹر کو، اس کے متوازی ایک کم قدر کی شنٹ مزاحمت r_s داخل کر کے، ایک ایم میٹر میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ مزاحمت کی ایک بڑی قدر کو، سلسلہ وار طرز میں، داخل کر کے اسے ایک وولٹ میٹر میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

علامت طبعی	مقدار	طبع	ابعاد	اکائیاں	ریمارک
آزادفضا کی مقناطیسی سرایت پذیری	μ_0	عددیہ	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$	$4\pi \times 10^{-7}\ T\,m\,A^{-1}$
مقناطیسی میدان	$\vec{B}$	سمتیہ	$[MT^{-1}A^{-1}]$	T (ٹیلا)	
مقناطیسی معیارِاثر	$\vec{m}$	سمتیہ	$[L^2A]$	$A\,m^2$ یا J/T^{-1}	
مروڑ مستقلہ	k	عددیہ	$[ML^2T^{-2}]$	$N\,m\,rad^{-1}$	متحرک کوائل گیلونومیٹر میں ظاہر ہوتا ہے۔

قابل غور نکات

1۔ برق—سکونی میدان خطوط ایک مثبت چارج سے شروع ہوتے ہیں اور ایک منفی پر ختم ہوتے ہیں یا لاانتہا پر پھیکے پڑ جاتے ہیں۔ مقناطیسی میدانی خطوط، ہمیشہ بند لوپ تشکیل دیتے ہیں۔

2۔ اس باب میں کی گئی بحث صرف قائم کرنٹ کے لیے درست ہے جو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتے۔ جب کرنٹ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہیں، تو نیوٹن کا تیسرا قانون صرف تب ہی جائز (درست) ہے جب برقی—مقناطیسی میدان کے معیارِ حرکت کو بھی شامل کیا جائے۔

3۔ لورینٹز قوت کی ریاضیاتی عبارت یاد کیجیے:

$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$$

اس رفتار—تابع قوت نے کئی عظیم سائنسی مفکرین کی توجہ اپنی جانب کھینچی ہے۔ اگر ہم ایسے فریم میں جائیں، جس کی لمحاتی رفتار (instantaneous velocity) $\vec{v}$ ہے، تو قوت کا مقناطیسی حصہ معدوم (صفر) ہوجاتا ہے۔ تب چارج شدہ ذرہ کی حرکت کی وضاحت اس طرح کی جاتی ہے کہ نئے فریم میں ایک مناسب برقی میدان پایا جاتا ہے۔ ہم اس میکانزم کی تفصیل میں نہیں جائیں گے۔ لیکن ہم یہ زور دے کر کہیں گے کہ اس معمہ کے حل سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ برق اور مقناطیسیت ایک دوسرے سے جڑے ہوئے، (برق—مقناطیسیت) مظاہر ہیں اور لورینٹز قوت کی عبارت کا یہ مطلب نہیں ہے کہ قدرت میں ایک آفاقی، ترجیحی (preferred) حوالہ فریم (preferred frame) ہے۔

ایمپیر کا سرکٹی قانون، بائیٹ—سیورٹ قانون سے الگ نہیں ہے۔ اسے بائیٹ—سیورٹ قانون سے مشتق کیا جاسکتا ہے۔ اس کا بائیٹ—سیورٹ قانون سے ویسا ہی رشتہ ہے، جیسا گاس کے قانون کا کولمب کے قانون سے ہے۔

مشق

4.1 تار کا ایک دائری لچھا 100 چکروں پر مشتمل ہے، جس میں سے ہر ایک کا نصف قطر 8.0cm ہے۔ اس میں 0.40A کرنٹ ہے۔ لچھے کے مرکز پر مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی عددی قدر کیا ہے؟

4.2 ایک لمبے مستقیم تار میں 35A کرنٹ ہے۔ تار سے 20cm فاصلے پر ایک نقطہ پر میدان $\vec{B}$ کی عددی قدر کیا ہے؟

4.3 افقی مستوی میں، ایک لمبے مستقیم تار میں 50A کرنٹ ہے۔ کرنٹ کی سمت شمال سے جنوب کی جانب ہے۔ تار سے 2.5m میٹر مشرق کی جانب ایک نقطے پر $\vec{B}$ کی سمت اور عددی قدر بتائیے۔

4.4 ایک اوپر سے جارہی افقی پاور لائن میں 90A کرنٹ ہے، جس کی سمت مشرق سے مغرب کی جانب ہے۔ لائن سے 1.5m نیچے، کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی سمت اور عددی قدر کیا ہے؟

4.5 ایک تار پر، جس میں 8A کرنٹ ہے اور جو 0.15T کے ہموار مقناطیسی میدان کی سمت سے 30° کا زاویہ بناتا ہے، مقناطیسی قوت فی اکائی لمبائی کی عددی قدر کیا ہے؟

4.6 ایک 3.0cm لمبے تار کو، جس میں 10A کرنٹ ہے، ایک سولی نائڈ کے اندر، اس کے محور کے عمودی رکھا جاتا ہے۔ سولی نائڈ کے اندر مقناطیسی میدان 0.27T دیا ہوا ہے۔ تار پر مقناطیسی قوت کیا ہے؟

4.7 دو لمبے اور متوازی مستقیم تار A اور B میں 8.0A اور 5.0A کرنٹ یکساں سمت میں ہیں اور ان کے درمیان 4.0cm فاصلہ ہے تار A کے 10cm حصے پر قوت کا تخمینہ لگائیے۔

4.8 ایک 80cm لمبے، قریب قریب لپٹے ہوئے سولی نائڈ میں لپیٹوں کی 5 تہیں ہیں، جن میں سے ہر ایک تہہ میں 400 چکر ہیں۔ سولی نائڈ کا قطر 1.8cm ہے۔ اگر اس میں 8.0A کرنٹ ہے، تو سولی نائیڈ کے اندر اس کے مرکز کے قریب $\vec{B}$ کی عددی قدر کا تخمینہ لگائیے۔

4.9 10 cm ضلع کے ایک مربع کوائل میں 20 چکر ہیں اور اس میں 12A کرنٹ ہے۔ کوائل کو انتصابی لٹکایا جاتا ہے اور کوائل کے مستوی پر عمود، 0.80T کے عددی قدر کے ایک ہموار افقی مقناطیسی میدان کی سمت سے 30° کا زاویہ بناتا ہے۔ کوائل پر لگ رہے قوت گردشہ کی عددی قدر کیا ہے؟

4.10 دو متحرک کوائل میٹر M_1 اور M_2 ہیں، جن کے خواص مندرجہ ذیل ہیں:

$$R_1 = 10\ \Omega,\ N_1 = 30,$$

$$A_1 = 3.6 \times 10^{-3}\ m^2,\ B_1 = 0.25\ T$$

$R_2 = 14\ \Omega,\ N_2 = 42,$

$A_2 = 1.8 \times 10^{-3}\ m^2,\ B_2 = 0.50\ T$

(دونوں میٹروں کے اسپرنگ مستقلے متماثل ہیں)

M_2 اور M_1 کی (i) کرنٹ حساسیت اور (ii) وولٹیج حساسیت، کی نسبت معلوم کیجیے۔

4.11 ایک خانے (Chamber) میں 6.5G $(1\ G = 10^{-4}\ T)$ کا ہموار مقناطیسی میدان برقرار رکھا جاتا ہے۔ ایک الیکٹران کو، میدان پر عمود $4.8 \times 10^{6}\ m\ s^{-1}$ کی رفتار سے، میدان میں داخل کیا جاتا ہے۔ وضاحت کیجیے کہ الیکٹران کا راستہ ایک دائرہ کیوں ہے؟ دائری مدار کا نصف قطر معلوم کیجیے $(e = 1.5 \times 10^{-19}\ C,\ m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg)$

4.12 مشق 4.11 میں، الیکٹران کے، اس کے دائری مدار میں، طواف کرنے کا تعدد معلوم کیجیے۔ کیا جواب الیکٹران کی چال کے تابع ہے؟ وضاحت کیجیے۔

4.13 (a) 30 چکروں کا ایک دائری کوائل، جس کا نصف قطر 8.0cm ہے اور جس میں 6.0A کرنٹ ہے، 1.0T عددی قدر کے ایک ہموار افقی میدان میں انتصابی لٹکایا گیا ہے۔ میدانی خطوط، کوائل پر عمود سے 60º کا زاویہ بناتے ہیں۔ اس مخالف قوت گردشہ کی عددی قدر تحسیب کیجیے جو کوائل کو گھومنے سے روکنے کے لیے لگایا جانا ضروری ہے۔

(b) کیا آپ کا جواب مختلف ہوگا اگر (a) میں دیے گئے دائری کوائل کو کسی بے قاعدہ شکل کے مسطح کوائل سے تبدیل کر دیا جائے جو اتنا ہی رقبہ گھیرتا ہو اور باقی سب خواص بھی غیر تبدیل شدہ ہوں۔

اضافی مشق

4.14 16cm اور 12cm نصف قطروں کے دو ہم مرکز دائری کوائل، بالترتیب، X اور Y، شمال سے جنوب سمتوں کی جانب یکساں انتصابی مستوی میں رکھے ہیں۔ کوائل X میں 20 چکر ہیں اور اس میں 16A کرنٹ ہے۔ کوائل Y میں 25 چکر ہیں اور 18A کرنٹ ہے۔ X میں کرنٹ گھڑی مخالف سمت میں اور Y میں گھڑی سمت میں، اس مشاہد کو نظر آتے ہیں جو اپنا منہ مغرب کی جانب کر کے کوائل دیکھتا ہے۔ کوائلوں کے مراکز پر ان کی وجہ سے پیدا ہونے والے کل مقناطیسی میدانوں کی عددی قدر اور سمت معلوم کیجیے۔

4.15 100 G $(1\ G = 10^{-4}\ T)$ کا ایک ایسا مقناطیسی میدان درکار ہے جو تقریباً 10cm کے خطی ابعاد اور تقریباً $10^{-3}\ m^2$ کے تراشی رقبے کے علاقے میں ہموار ہو۔ ایک دیے ہوئے کوائل کی ازحد کرنٹ گنجائش (Current Capacity) 15A ہے اور ایک قالب پر زیادہ سے زیادہ لپٹے جا سکنے والے چکروں

کی تعداد فی اکائی لمبائی: $1000 \text{ turns m}^{-1}$ ہے۔اس مقصد کے لیے استعمال کیے جاسکنے والے سولی نوئڈ کے مناسب ڈیزائن خواص تجویز کیجیے۔ مان لیجیے کہ قالب فیرومقناطیسی (ferromagnetic) نہیں ہے۔

4.16 نصف قطر R اور N چکروں کے ایک دائری کوائل کے لیے، جس میں کرنٹ I ہے، اس کے مرکز سے x فاصلے پر اس کے محور کے ایک نقطہ پر، مقناطیسی میدان کی عددی قدر دی جاتی ہے:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2 N}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

(a) دکھایئے کہ یہ کوائل کے مرکز پر جانے پہچانے نتیجے میں تحلیل ہوجاتی ہے۔

(b) مساوی نصف قطر R اور مساوی چکروں کی تعداد N کے دو متوازی۔ہم محور۔دائری تار لیجیے، جن میں یکساں کرنٹ، یکساں سمت میں ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ R ہے دکھایئے کہ محور پر، کوائلوں کے درمیان، وسطی نقطہ کے اردگرد، ایسے فاصلوں پر جو R کے مقابلے میں بہت کم ہیں، مقناطیسی میدان ہموار ہوتا ہے۔اور دیا جاتا ہے:

$$B = 0.72 \frac{\mu_0 N I}{R} \quad \text{(تقریباً)}$$

ایسی ترتیب، جو ایک محدود علاقے میں تقریباً ہموار مقناطیسی میدان پیدا کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے، ہیلم ہولٹز (Hebnhelitz) کوائل کہلاتی ہے۔

4.17 ایک ٹورائڈ میں اندرونی نصف قطر 25 cm اور باہری نصف قطر 26 cm کا ایک قالب ہے (غیر۔فیرومقناطیسی) جس کے گرد ایک تار کے 3500 چکر لپٹے ہوئے ہیں۔اگر تار میں 11A کرنٹ ہے، تو مقناطیسی میدان کیا ہے؟

(a) ٹورائڈ کے باہر (b) ٹورائڈ کے قالب کے اندر (c) ٹورائڈ سے گھری ہوئی خالی جگہ میں۔

4.18 مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

(a) ایک خانے میں ایک ایسا مقناطیسی میدان پیدا کیا گیا جس کی عددی قدر ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر تبدیل ہوجاتی ہے، لیکن سمت یکساں رہتی ہے (مشرق سے مغرب کی جانب)۔ایک چارج شدہ ذرہ اس خانے میں داخل ہوتا ہے اور مستقلہ چال سے ایک مستقیم راستے پر بغیر منفرج ہوئے گذر جاتا ہے۔آپ ذرہ کی آغازی رفتار کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں۔

(b) ایک چارج شدہ ذرہ ایسے علاقہ میں داخل ہوتا ہے، جہاں ایک طاقت ور اور غیر ہموار مقناطیسی میدان پایا جاتا ہے جو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر عددی قدر اور سمت دونوں میں تبدیل ہو رہا ہے۔ پھر ذرہ اس علاقہ

سے ایک پیچیدہ خط راہ اختیار کرتا ہوا باہر نکلتا ہے۔ اگر اس علاقے میں اس کا کوئی تصادم نہیں ہوتا ہے، تو کیا اس کی آغازی اور اختتامی چال یکساں ہوں گی؟

(c) ایک الیکٹران، مغرب سے مشرق کی سمت جاتے ہوئے ایک خانے میں داخل ہوتا ہے، جس میں شمال سے جنوب کی جانب ایک ہموار برقی میدان ہے۔ وہ سمت بتائیے، جس میں مقناطیسی میدان لگانے سے الیکٹران کو اپنے مستقیم خط راستے سے منفرج ہونے سے بچایا جا سکتا ہے۔

4.19 ایک الیکٹران جو ایک گرم کیے گئے مبشیرہ (cathode) سے خارج ہوتا ہے اور 2.0kV مضمر فرق کے ذریعے اسراع پذیر کیا گیا ہے، ایسے علاقے میں داخل ہوتا ہے، جہاں 0.15T کا ہموار مقناطیسی میدان ہے۔ الیکٹران کا خط راہ معلوم کیجیے اگر (a) میدان اس کی آغازی رفتار پر عرضی (transverse) ہے (b) میدان اس کی آغازی رفتار سے 30º کا زاویہ بناتا ہے۔

4.20 ہیلم ہولٹز کوائلوں (جنھیں مشق 4.6 میں بیان کیا گیا ہے) کے استعمال کے ذریعے قائم کیا گیا ایک مقناطیسی میدان ایک چھوٹے علاقے میں ہموار ہے اور اس کی عددی قدر 0.75T ہے۔ اسی علاقے میں ایک ہموار برق۔سکونی میدان، کوائلوں کے محور کی عمودی سمت میں برقرار رکھا جاتا ہے۔ ایک 15kV سے اسراع کرائے گئے چارج شدہ ذرات کی ایک پتلی شعاع (واحد نوع) اس علاقے میں داخل ہوتی ہے، جس کی سمت، کوائل کے محور اور برق — سکونی میدان دونوں پر عمود ہے۔ اگر برقی میدان کی عددی قدر $9.0 \times 10^{-5}\ V\ m^{-1}$ ہونے پر شعاع غیر منفرج رہتی ہے تو اندازہ لگائیے کہ شعاع میں کیا شامل ہے۔ جواب یکتا (ایک ہی) کیوں نہیں ہے؟

4.21 لمبائی 0.45m اور کمیت 60g کی ایک مستقیم، افقی، ایصالی چھڑ، اس کے کنارے پر لگے دو عمودی تاروں کے ذریعے لٹکائی گئی ہے۔ تاروں کے ذریعے چھڑ میں 5.0A کا ایک کرنٹ قائم کیا جاتا ہے۔

(a) تاروں میں مروڑ کو صفر رکھنے کے لیے، موصل پر عمود کیا مقناطیسی میدان قائم کرنا چاہیے؟

(b) تاروں میں کل مروڑ کیا ہوگا اگر مقناطیسی میدان کو پہلے جیسا رکھتے ہوئے، کرنٹ کی سمت کو مخالف کر دیا جائے؟ (تاروں کی کمیت نظر انداز کر دیجیے)۔

4.22 ان تاروں میں جو ایک گاڑی کی بیٹری کو چلانے والی موٹر سے جوڑتے ہیں، 300A کرنٹ ہے (ایک مختصر وقت کے لیے)۔ اگر تار 70cm لمبے ہیں اور ان کے درمیان فاصلہ 1.5cm ہے، تو تاروں کے درمیان قوت فی اکائی لمبائی کتنی ہے؟ یہ قوت دفاعی ہے یا کششی؟

4.23 10.0cm نصف قطر کے ایک استوانی علاقے میں، 1.5T کا ایک ہموار مقناطیسی میدان پایا جاتا ہے، جس

کی سمت محور کے متوازی، مشرق سے مغرب کی جانب ہے۔ایک تار جس میں شمال سے جنوب کی جانب سمت میں 7.0A کرنٹ ہے، اس علاقے سے گذرتا ہے۔تار پر لگ رہی قوت کی عددی قدر اور سمت کیا ہوگی، اگر

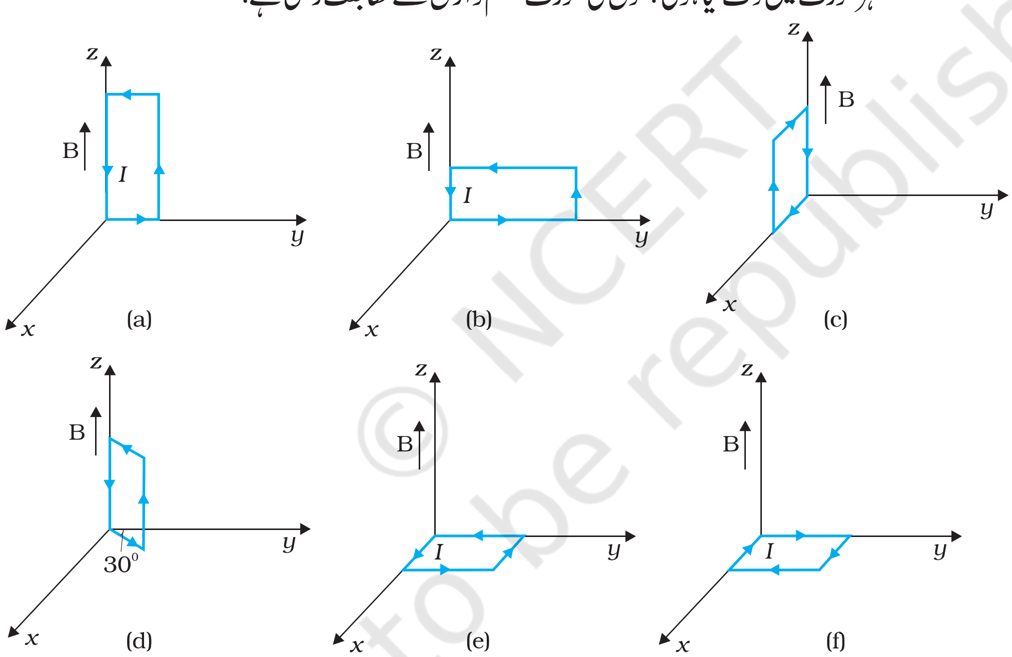
(a) تار محور کو قطع کرتا ہے۔

(b) تار N—S سے، شمال مغرب — شمال مشرق کی سمت میں گھوم جاتا ہے۔

(c) N—S سمت میں جو تار تھا وہ محور سے 6.0cm فاصلے سے نیچے ہو جاتا ہے۔

4.24 مثبت z-سمت میں ایک 300G کا ہموار مقناطیسی میدان قائم کیا جاتا ہے۔10cm اور 5cm کے ایک مستطیل لوپ میں 12A کرنٹ ہے۔شکل 4.28 میں دکھائی گئی مختلف صورتوں میں لوپ پر کتنا قوت گردشہ لگے گا؟

ہر صورت میں قوت کیا ہوگی؟ کون سی صورت مستحکم توازن سے مطابقت رکھتی ہے؟



شکل 4.28

4.25 20 چکروں اور 10cm نصف قطر کا یک دائری کوائل، 0.10T کے ہموار مقناطیسی میدان میں کوائل کے مستوی پر عمود، رکھا گیا ہے۔اگر کوائل میں 5.0A کرنٹ ہے۔

(a) کوائل پر کل قوت گردشہ کیا ہے؟ (b) کوائل پر کل قوت کیا ہے؟ (c) مقناطیسی میدان کی وجہ سے کوائل کے ہر الیکٹران پر اوسط قوت کیا ہے؟

(کوائل $10^{-5}\ m^2$ تراشی رقبے کے تابنے کے تار سے بنا ہوا ہے اور تانبہ میں آزاد الیکٹران کثافت تقریباً $10^{29}\ m^{-3}$ ہے)

4.26 60cm لمبے اور 4.0cm نصف قطر کے سولی نائڈوں میں، لپیٹوں کی تین تہیں ہیں، جن میں سے ہر ایک میں 300 چکر ہیں۔ 2.5g کمیت کا ایک 2.0cm لمبا تار، سولی نائڈ کے اندر (اس کے مرکز کے قریب)، اس کے محور پر عمود رکھا ہوا ہے) تار اور سولی نائڈ کا محور دونوں افقی مستوی میں ہیں۔ دو تاروں کے ذریعے اس تار کو ایک باہری بیٹری سے جوڑا جاتا ہے جو تار میں 6.0A کرنٹ مہیا کرتی ہے۔ جوڑنے والے تار سولی نائڈ کے محور کے متوازی ہیں۔ سولی نائیڈ کی لپیٹوں میں کرنٹ کی کیا مقدار (دوران کی مناسب سمت کے ساتھ) تار کے وزن کو سہارا دے سکتی ہے؟ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

4.27 ایک گیلوونو میٹر کوائل کی مزاحمت 12 Ω ہے اور میٹر 3mA کرنٹ کے لیے پورا اسکیل انفراج دکھاتا ہے۔ آپ اس میٹر کو 0 سے 18V کی سعت والے وولٹ میٹر میں کیسے تبدیل کریں گے؟

4.28 ایک گیلوونو میٹر کوائل کی مزاحمت 15 Ω ہے اور میٹر 4 mA کرنٹ کے لیے پورا اسکیل انفراج دکھاتا ہے۔ آپ اس میٹر کو 0 سے 6A کی سعت والے ایم میٹر میں کیسے تبدیل کریں گے؟